



蔡义宇,肖调杰,宋滔. 2020. 二维大地电磁各向异性参数对视电阻率的影响研究. 地球物理学进展, 35(1): 0086-0093, doi: 10.6038/pg2020CC0478.

CAI Yi-yu, XIAO Tiao-jie, SONG Tao. 2020. Influence of two-dimensional magnetotelluric anisotropic parameters on apparent resistivities. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 35(1): 0086-0093, doi: 10.6038/pg2020CC0478.

## 二维大地电磁各向异性参数对视电阻率的影响研究

### Influence of two-dimensional magnetotelluric anisotropic parameters on apparent resistivities

蔡义宇<sup>1,2</sup>, 肖调杰<sup>1,2\*</sup>, 宋滔<sup>1</sup>

CAI Yi-yu<sup>1,2</sup>, XIAO Tiao-jie<sup>1,2\*</sup>, SONG Tao<sup>1</sup>

1. 中国科学院地球化学研究所矿床地球化学国家重点实验室, 贵阳 550081

2. 中国科学院大学, 北京 100049

1. State Key Laboratory of Ore Deposit Geochemistry, Institute of Geochemistry Chinese Academy of Sciences, Guiyang 550081, China

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**摘要** 大地电磁法是广泛应用于深部地质结构探测、油气和矿产资源勘查等领域的一种地球物理方法。电性各向异性对电磁观测数据有很大影响,但介质各向异性参数对不同模式视电阻率的影响还较少有较为系统的研究。本文基于 Maxwell 方程组,推导了二维大地电磁场在任意各向异性介质中电场和磁场相互耦合的变分方程,结合有限单元法及并行计算编写了二维大地电磁任意各向异性正演程序,采用三角形网格剖分。验证程序正确性后,以倾斜板状体作为模型来研究三个主轴电阻率及三个旋转欧拉角和四种模式的视电阻率之间的关系。结果表明,主轴各向异性时,xy 模式视电阻率几乎只受 x 方向电阻率影响,yx 模式视电阻率主要受 y 方向电阻率影响,但同时也受 z 方向电阻率一定影响;三个欧拉角中只有倾角不为零时,yx 模式视电阻率受倾角大小的影响较大,xy 模式视电阻率几乎不受倾角的影响;只有走向角不为零时,四种模式的视电阻率同时受 x、y 两个主轴电阻率和走向角的大小的影响。

**关键词** 二维大地电磁; 正演; 各向异性参数; 有限单元法

中图分类号 P631

文献标识码 A

doi: 10.6038/pg2020CC0478

**Abstract** Magnetotelluric method is a geophysical method widely used in deep geological structure detection, oil and gas and mineral resources investigation. At present, methods of investigation and survey for multiple structures of rocks and minerals inside the earth are gradually improved and the research on the anisotropy of underground medium is continuing to study ulteriorly because electrical anisotropy has great influence on electromagnetic observation, but the effect of anisotropy on the apparent resistivities of different modes is seldom studied systematically. In this paper, based on Maxwell equations, the variation equations of coupled electric and magnetic fields together are derived in magnetotelluric field of the 2D arbitrary anisotropic media, and we develop the two-dimensional arbitrary anisotropic forward modeling code using finite element method with triangulated mesh. The paper verifies the validity of the code compared to the previous results. And in order to study the relationships between three principal resistivities and three Euler rotation angles and the four modes of apparent resistivities, we compare and analyze the responses of three models by using the inclined plate as the study object. As the results show, firstly, when the Euler angles are all zero meaning the principal anisotropy, the apparent resistivities in xy and yx modes mainly reflect the existence of anomalies. And the apparent resistivity in xy model mainly reflects the principal resistivity in x direction, and the apparent resistivity in yx mode mainly reflects the resistivity in y direction which is also influenced slightly by the principal resistivity in z direction. Secondly, when the dip angle is not zero only, the apparent resistivity in yx mode is greatly affected by the size of dip angle, while the apparent resistivity of xy mode is almost unaffected by dip angle. And what's more, when the strike angle is not zero only, four kinds of apparent resistivity are affected by the strike angle and the resistivities in x and y direction at the same time.

**Keywords** 2D magnetotelluric; Forward modeling; Anisotropy parameters; Finite-element method

## 0 引言

大地电磁法是一种非常重要的地球物理勘查手段,在矿产资源勘查、油气资源勘查以及地球深部结构探测等领域中

有着广泛的应用(高才坤等,2009;叶高峰等,2013;王楠等,2016;Feucht *et al.*, 2017)。20世纪70年代,Reddy(1975)开始研究大地电磁二维电性各向异性问题,为后人对电性各向异性的继续研究奠定了理论基础。徐世浙和赵生凯(1985)

收稿日期 2019-05-13; 修回日期 2019-12-11.

投稿网址 <http://www.progeophys.cn>

基金项目 国家重点研发专项“深部矿产资源评价理论与方法”项目所属课题“深部矿产资源地球物理综合探测与信息提取”(2016YFC0600505)资助。

第一作者简介 蔡义宇,男,1992年生,硕士研究生,主要从事地球电磁正演数值模拟研究. E-mail: caiyiyu@mail.gyig.ac.cn

\* 通讯作者 肖调杰,男,1991年生,博士研究生,主要从事地球电磁正反演数值模拟研究. E-mail: xiaotaojie16@mails.ucas.ac.cn

也开始进行了大地电磁二维电性各向异性问题的研究。Pek 和 Verner(1997) 在 Reddy(1975) 的研究基础上, 把有限差分方法应用于大地电磁二维电性各向异性研究中。之后 Pek 和 Santos(2002) 推导了一维的各向异性模型的大地电磁拟解析解。Qin 等(2013) 简化了各向异性介质电导率张量, 给出了 TM 模式下的二维电性各向异性断层模型的半解析解, 随后 Qin 和 Yang(2016) 又研究了理想条件下的二维主轴各向异性模型的半解析解。胡祥云等(2013) 和霍光谱等(2015) 利用有限差分方法, 研究了地形因素对电性各向异性条件下的二维大地电磁场的影响, 并且初步应用在实例分析中。Heise 和 Pous(2003) 研究了各向异性大地电磁数值模拟中异常相位超过 90° 的现象, 成功将其恢复并且在实例分析中得到了应用, 随后 Heise 等(2006) 在二维的基础上研究了各向同性和各向异性层之间由于界面的传导性变化而产生的相位分裂现象。Li 和 Pek(2008) 使用自适应网格剖分法改进了计算方式。惠鑫和吴小平(2018)、Xiao 等(2018, 2019) 则分别在二维和三维条件下探讨了各向异性参数在大地电磁响应中的影响, 说明了各向异性现象的复杂性。在并行计算方面, Zyberman 和 Santos(2000) 在三维大地电磁数值模拟中使用并行计算技术来加速计算, 取得不错的效果。此后, 并行计算技术逐渐受到更多学者的青睐。李焱等(2010)、汪茂等(2017)、陈润滋等(2018) 相继应用了并行计算技术来加速大地电磁数值模拟计算。

可以看出, 在大地电磁二维各向异性正演中, 过往文章的研究几乎都集中在解析解、地形、网格和部分各向异性参数上, 而对走向角、倾角、倾向角( $\alpha_s$ 、 $\alpha_D$ 、 $\alpha_L$ ) 以及三个主轴电阻率( $\rho_x$ 、 $\rho_y$ 、 $\rho_z$ ) 共六个各向异性参数和四种模式的视电阻率( $\rho_{xx}$ 、 $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$ 、 $\rho_{yy}$ ) 之间的关系的研究则较少有做详细讨论的。因此, 作者先是基于频点间并行实现了大地电磁二维任意各向异性正演, 并将结果与前人的有限差分结果进行对比, 验证了算法的正确性。然后以均匀半空间各向同性介质和层状各向同性介质为背景, 设置了二维电性各向异性倾斜板状体模型, 基于控制变量原则对六个各向异性参数进行设置, 详细分析了四种模式的视电阻率受六个各向异性参数影响的程度, 从而得到六个各向异性参数与四种模式的视电阻率之间的关系。

## 1 二维电性各向异性介质中的大地电磁正演理论

本文参照 Li(2002) 的研究方法, 基于三角形网格剖分的有限单元法, 实现了大地电磁二维电性任意各向异性介质中的正演。文中物理量皆采用国际单位制。在笛卡尔坐标系的二维电性结构中, 构造走向平行于  $x$  轴,  $y$  轴垂直  $xy$  平面向下。

在该研究区域中, 来自高空的平面电磁波垂直向下传播, 取时谐因子为  $e^{-i\omega t}$ , 忽略位移电流, 根据谐变场的麦克斯韦方程组可以研究电性各向异性介质中的二维大地电磁场, 即:

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E} = \rho, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{E}$  是电场,  $\mathbf{H}$  是磁场, 角频率  $\omega = 2\pi/T$ ,  $T$  是周期,  $\mu$  是介质磁导率, 假设为真空磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ,  $\epsilon$  是介电常数,  $\rho$  是自由电荷密度, 而在电性各向异性模型中, 电导率  $\sigma$  是张量。

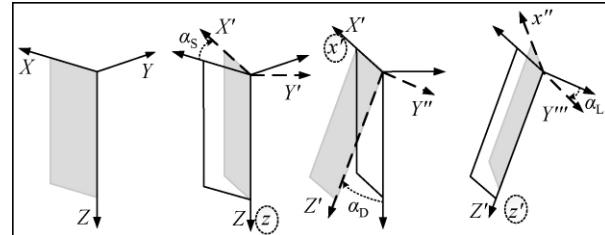


图 1 坐标系旋转变换示意图(Pek and Santos, 2002)

Fig. 1 Illustration of rotation transformation(Pek and Santos, 2002)

如图 1, 根据坐标系旋转变换关系(Pek and Santos, 2002), 电导率张量  $\sigma$  可由三个主轴电导率分量( $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$ ) 及三个欧拉旋转角度(走向角  $\alpha_s$ 、倾角  $\alpha_D$ 、倾向角  $\alpha_L$ ) 共六个各向异性参数来表示。其中电导率张量  $\sigma$  可以表示为

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

对于二维地体质, 对电导率有  $\partial/\partial x = 0$ , 将式(1) 和式(2) 分解并推导可得到:

$$\frac{1}{i\omega\mu_0} \nabla^2 E_x + CE_x + B \frac{\partial H_x}{\partial y} - A \frac{\partial H_x}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

$$-\nabla \cdot (\tau \nabla H_x) + i\omega\mu_0 H_x - \frac{\partial(BE_x)}{\partial y} + \frac{\partial(AE_x)}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

其中:

$$A = (\sigma_{yx}\sigma_{zz} - \sigma_{yz}\sigma_{zx})/D, B = (\sigma_{yy}\sigma_{zx} - \sigma_{zy}\sigma_{yx})/D,$$

$$D = \sigma_{zy}\sigma_{yz} - \sigma_{yy}\sigma_{zz}, C = \sigma_{xx} + A\sigma_{xy} + B\sigma_{xz},$$

$$\tau = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}.$$

由于  $E_x$  和  $H_x$  方向和走向一致, 因此二维电性结构中  $E_x$  和  $H_x$  都是切向分量, 所以在研究区域内均连续。

至此, 为应用有限单元法来求解  $E_x$  和  $H_x$ , 需要对方程进行变分处理。在推导变分问题中, 一般有 Galerkin 加权余量法和变分法, 本文采用 Galerkin 加权余量法对方程进行变分处理。用  $E_x$  的变分  $\delta E_x$  乘以式(6), 用  $H_x$  的变分  $\delta H_x$  乘以式(7) 然后再在整个研究区域  $\Omega$  内积分, 再结合格林公式和高斯公式得:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i\omega\mu_0} \int_{\Omega} \nabla E_x \cdot \nabla \delta E_x d\Omega - \int_{\Omega} CE_x \delta E_x d\Omega - \int_{\Omega} B \frac{\partial H_x}{\partial y} \delta E_x d\Omega + \\ & \int_{\Omega} A \frac{\partial H_x}{\partial z} \delta E_x d\Omega - \frac{1}{i\omega\mu_0} \int_{\Gamma} \frac{\partial E_x}{\partial n} \delta E_x d\Gamma = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} \nabla \delta H_x \cdot (\tau \nabla H_x) d\Omega - \int_{\Omega} i\omega\mu_0 H_x \delta H_x d\Omega + \int_{\Omega} (-BE_x e_z + \\ & AE_x e_z) \cdot \nabla \delta H_x d\Omega + \int_{\Gamma} (\tau \frac{\partial H_x}{\partial n} - \mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) \delta H_x d\Gamma = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\Gamma$  为区域  $\Omega$  的边界,  $n$  为边界外法向,  $\mathbf{p} = -BE_x \mathbf{e}_y + AE_x \mathbf{e}_z$ 。

在求解方程(8) 和(9) 之前, 需要给研究区域加上边界

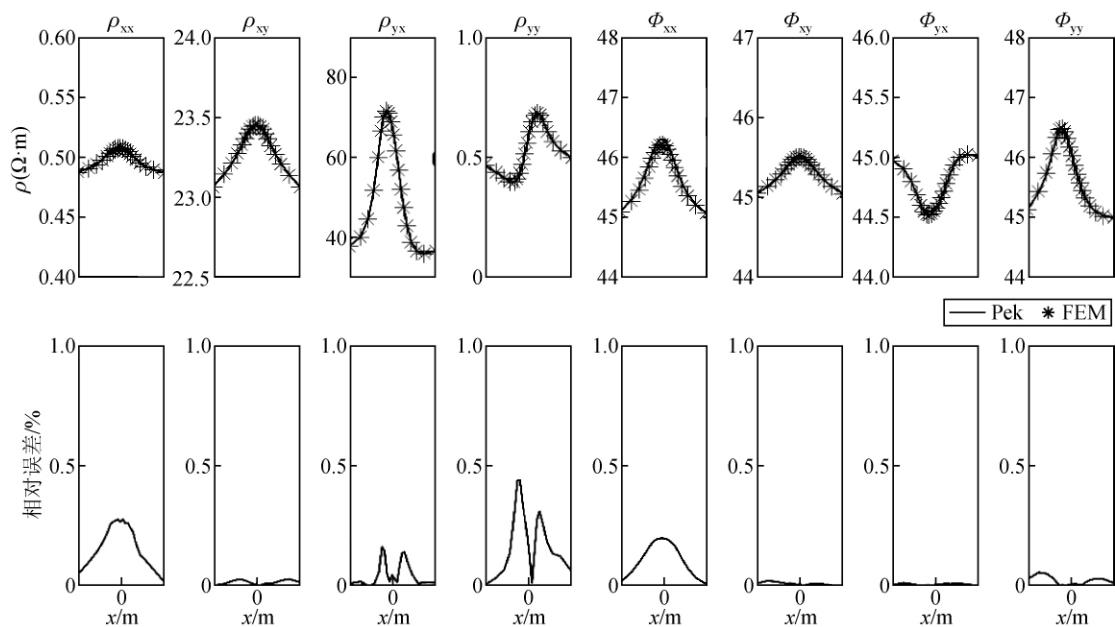


图2 本文算法与 Pek 算法的视电阻率和相位的对比图以及相对误差图,频率为 0.1 Hz

Fig. 2 The comparison and relative error of apparent resistivities and phases between this paper's algorithm and Pek's for the frequency of 0.1 Hz

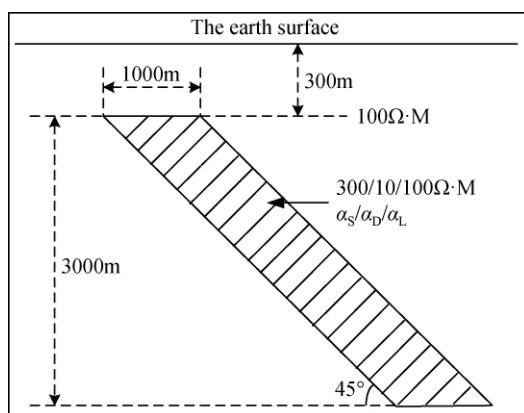


图3 均匀半空间中的电性各向异性倾斜板状体模型

Fig. 3 Electrical anisotropic inclined plate geoelectric model in homogeneous half-space

条件,其中在相同内边界上进行了两次方向相反的积分运算,因此内部边界的积分求和为零。由于在外边界上加的是第一类边界条件,给定了 $E_x$ 和 $H_x$ 的值,因此在外边界上 $\delta E_x$ 和 $\delta H_x$ 为零,此时两式变为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i\omega\mu_0} \int_{\Omega} \nabla E_x \cdot \nabla \delta E_x d\Omega - \int_{\Omega} C E_x \nabla \delta E_x d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \left( -B \frac{\partial H_x}{\partial y} + A \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \nabla \delta E_x d\Omega = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega} \nabla \delta H_x \cdot (\tau \nabla H_x) d\Omega - \int_{\Omega} i\omega\mu_0 H_x \delta H_x d\Omega + \\ & \int_{\Omega} (-BE_x e_y + AE_x e_z) \cdot \nabla \delta H_x d\Omega = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

## 2 有限单元法和张量阻抗

本文对研究区域进行三角形网格剖分,单元内进行线性插值,对方程(10)和(11)分别进行单元离散计算后,再进行总体刚度矩阵的组装,得到一个线性方程组:

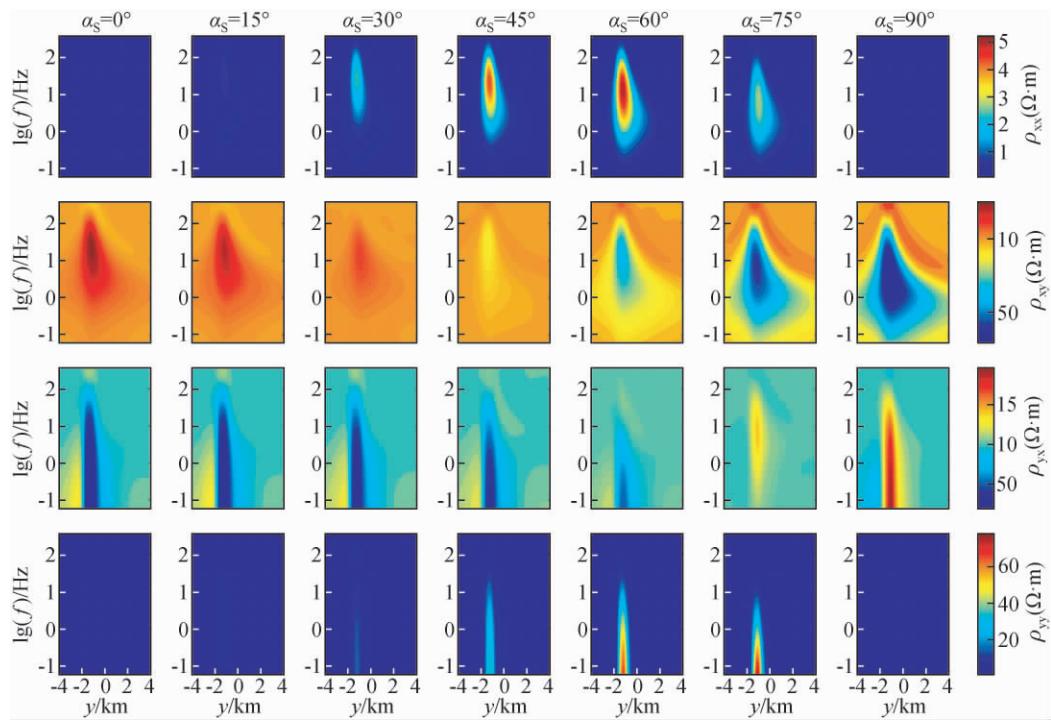
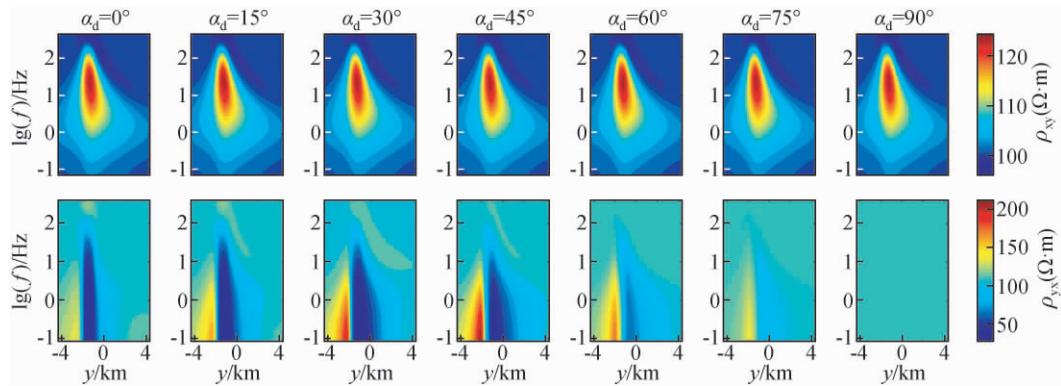
$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ H_x \end{bmatrix} = \mathbf{P}. \quad (12)$$

在任意各向异性介质中,电场和磁场是耦合在一起的,此时不可以分为 TE 和 TM 模式。最后形成的总体刚度矩阵如式(12)所示其中  $\mathbf{P}$  是列向量,  $K_{11}$  和  $K_{22}$  分别是与电场和磁场相关的系数,这两个系数为对称矩阵;  $K_{12}$  和  $K_{21}$  是关于电场磁场耦合在一起的相关系数,是非对称矩阵且各向同性时为零。

为了计算张量阻抗,首先,加入两组不相关的初始磁场  $H_{Ax0}, H_{Ay0}$  和  $H_{Bx0}, H_{By0}$ ,然后用一维各向异性计算得到张量阻抗值(Pek and Santos, 2002),再根据初始磁场值和张量阻抗值计算得到两个电场分量值  $E_{Ax0}$  和  $E_{Bx0}$ ,然后以这两组电场和磁场  $H_{Ax0}, H_{Ay0}$  和  $E_{Bx0}, H_{By0}$  作为边界条件,其中电场加在顶面空气层上,磁场加在地表,也就是使用 Dirichlet 边界条件,再采用 BICGSTAB( 双共轭梯度稳定法) 求解方程便可得到各节点的  $E_x^A, H_x^A$  和  $E_y^B, H_y^B$ ,通过公式(1)和(2)求得  $E_y^A, H_y^A$  和  $E_x^B, H_x^B$ ,其中:

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} E_y = & \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{zz}\sigma_{yy} - \sigma_{yz}\sigma_{zy}} \frac{\partial H_x}{\partial z} + \frac{\sigma_{yz}}{\sigma_{zz}\sigma_{yy} - \sigma_{yz}\sigma_{zy}} \frac{\partial H_x}{\partial y} + \\ & \frac{\sigma_{yz}\sigma_{zx} - \sigma_{zz}\sigma_{yx}}{\sigma_{zz}\sigma_{yy} - \sigma_{yz}\sigma_{zy}} E_x, \end{aligned} \quad (14)$$

图4 四种模式视电阻率随 $\alpha_s$ 从0°变化到90°的响应Fig. 4 The response of the four apparent resistivities with  $\alpha_s$  changing from 0° to 90°图5 视电阻率 $\rho_{yx}$ 和 $\rho_{xy}$ 随 $\alpha_d$ 从0°变化到90°的响应Fig. 5 The response of apparent resistivities  $\rho_{yx}$  and  $\rho_{xy}$  with  $\alpha_d$  changing from 0° to 90°

至此,就可以计算张量阻抗以及相应的视电阻率和相位(Li, 2002).

### 3 各向异性模型计算与分析

#### 3.1 模型验证

为了验证算法的正确性,作者计算了一个二维模型,并与有限差分(Pek and Santos, 2002)的结果进行了对比.模型中,均匀半空间三个主轴电阻率 $\rho_x$ 、 $\rho_y$ 、 $\rho_z$ 为20/40/50  $\Omega\cdot m$ ,三个欧拉旋转角度 $\alpha_s$ 、 $\alpha_d$ 、 $\alpha_L$ 为10°/20°/15°;异常体埋深270 m,宽厚为280 m×420 m,三个主轴电阻率 $\rho_x$ 、 $\rho_y$ 、 $\rho_z$ 为50/200/300  $\Omega\cdot m$ ,三个欧拉旋转角度 $\alpha_s$ 、 $\alpha_d$ 、 $\alpha_L$ 为30°/45°/

20°.计算结果如图2.从图2可以看出本文算法和有限差分算法的 $\rho_{xx}$ 、 $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$ 、 $\rho_{yy}$ 和相应的相位吻合的很好,也可以清晰地看到异常信息的存在,且视电阻率 $\rho_{xx}$ 、 $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$ 和 $\rho_{yy}$ 的相对误差均在0.5%以内,相位 $\phi_{xx}$ 、 $\phi_{xy}$ 、 $\phi_{yx}$ 和 $\phi_{yy}$ 的相对误差均在0.2%以内,说明本文算法是可靠的.

#### 3.2 模型一

为了研究电性各向异性参数对四种模式视电阻率的影响,本文通过控制欧拉旋转角度 $\alpha_s$ 和 $\alpha_d$ 的变化来设置模型参数.模型设置如图3所示.

在图3模型中,均匀半空间电阻率为100  $\Omega\cdot m$ ,倾斜板状体倾斜角为45°,顶深300 m,厚度1000 m,板状体垂直方

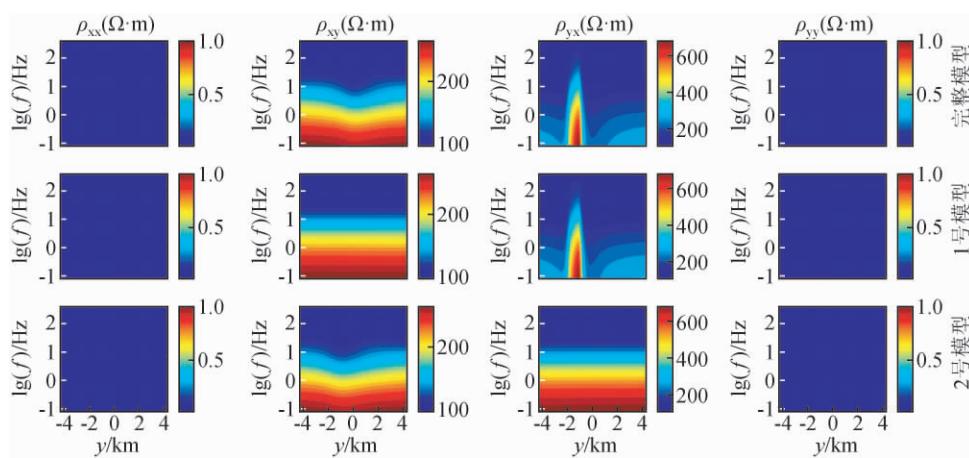
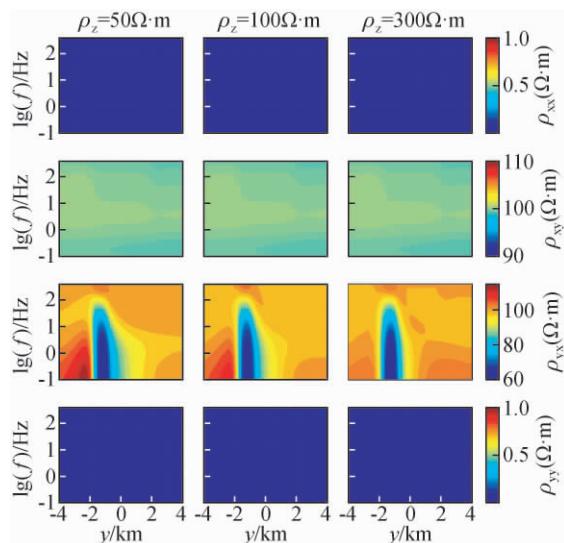


图 8 三种模型的四种视电阻率拟断面图

Fig. 8 Four profiles of apparent resistivity from complete anomaly model

图 6 主轴电阻率  $\rho_z$  取不同值时的四种模式视电阻率响应Fig. 6 The response of four apparent resistivities with different principal resistivity  $\rho_z$ 

向延伸 3000 m, 三个主轴电阻率  $\rho_x$ 、 $\rho_y$  和  $\rho_z$  为 300/100  $\Omega \cdot \text{m}$ , 欧拉旋转角度设置分为两种, 一是  $\alpha_s = 0^\circ/15^\circ/30^\circ/45^\circ/60^\circ/75^\circ/90^\circ$ ,  $\alpha_D = 0^\circ$ ,  $\alpha_L = 0^\circ$ , 二是  $\alpha_s = 0^\circ$ ,  $\alpha_D = 0^\circ/15^\circ/30^\circ/45^\circ/60^\circ/75^\circ/90^\circ$ ,  $\alpha_L = 0^\circ$ . 在利用有限单元法进行数值模拟过程中, 模型剖分为  $60 \times 65$  网格单元, 包含研究区域的均匀剖分和稀疏剖分, 根据模型深度范围选用 0.01 ~ 400 Hz 之间 25 个频点进行计算, 计算结果如图 4 所示. 本文所使用的计算机的处理器是 64 位 Windows7 操作系统下的 Inter(R) Core(TM) i7-7700CPU 3.6 GHz, 计算 25 个频点用时约 1334 s.

### 3.2.1 控制 $\alpha_s$ 改变, $\alpha_D$ 和 $\alpha_L$ 皆为零

图 4 为视电阻率  $\rho_{xx}$ 、 $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$ 、 $\rho_{yy}$  的结果. 当  $\alpha_s = 0^\circ$  时, 视电阻率  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  几乎为零且没有异常出现, 视电阻率  $\rho_{xy}$  有高

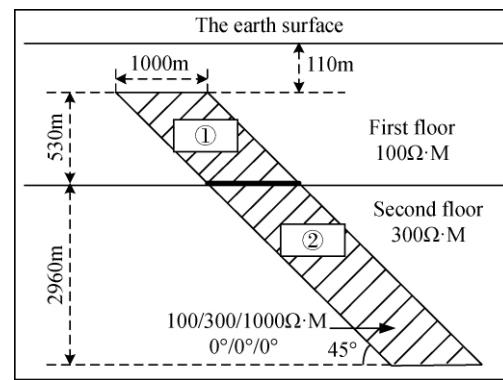


图 7 层状模型下各向异性倾斜板状体模型

Fig. 7 Electrical anisotropic inclined plate model in Layered half-space

阻异常, 视电阻率  $\rho_{xy}$  有低阻异常. 当  $\alpha_s = 90^\circ$  时  $\rho_x$ 、 $\rho_y$  大小发生转换, 视电阻率  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  也几乎为零且没有异常出现, 而视电阻率  $\rho_{xy}$  有低阻异常, 视电阻率  $\rho_{yx}$  有高阻异常. 再考虑到  $\rho_x = 300 \Omega \cdot \text{m}$  相对于围岩是高阻,  $\rho_y = 10 \Omega \cdot \text{m}$  相对于围岩是低阻, 因此, 当三种欧拉旋转角度都为零时, 主要是视电阻率  $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$  能够反映出异常的存在, 且视电阻率  $\rho_{xy}$  主要反映  $x$  方向的电阻率信息, 视电阻率  $\rho_{yx}$  主要反映  $y$  方向的电阻率信息, 而视电阻率  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  几乎为零不能表现出异常.

随着  $\alpha_s$  从  $0^\circ$  变化到  $90^\circ$ ,  $\rho_{xx}$  的值在整体上值很小, 逐渐出现异常后异常又逐渐消失, 但异常形态与模型异常体一致; 视电阻率  $\rho_{xy}$  的异常表现明显, 且先是高阻异常, 然后高阻异常逐渐消失到逐渐出现低阻异常, 异常形态模型异常体一致; 视电阻率  $\rho_{yy}$  从低阻异常逐渐变化到高阻异常;  $\rho_{yy}$  随着  $\alpha_s$  的变化的异常的变化趋势与  $\rho_{xx}$  类似, 说明此时四种视电阻率反映出的异常随着  $\alpha_s$  的改变而发生很大改变, 即  $\alpha_s$  不为零时, 四种视电阻率同时受  $\alpha_s$  的大小和  $\rho_x$ 、 $\rho_y$  两个主轴电阻率的影响.

### 3.2.2 控制 $\alpha_D$ 改变, $\alpha_s$ 和 $\alpha_L$ 皆为零

图 5 为视电阻率  $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$  的结果. 随着  $\alpha_D$  的改变, 坐标轴

以  $\rho_x$  主轴为轴心旋转,  $\rho_x$  不发生旋转且大于围岩电阻率, 而此时视电阻率  $\rho_{xy}$  几乎不随  $\alpha_D$  的改变而改变, 且高阻异常明显, 异常形态与模型异常体形态一致, 说明视电阻率  $\rho_{xy}$  主要反映了  $x$  方向电阻率的信息。另一方面, 随着  $\rho_z$  逐渐转向  $\rho_x$  方向,  $\rho_z$  逐渐转向  $\rho_y$  方向直到  $\rho_x$  主轴和  $\rho_z$  相互转换, 且  $\rho_z = 10 \Omega \cdot m$  小于围岩电阻率且  $\rho_z = 100 \Omega \cdot m$  与围岩电阻率相等, 而此时视电阻率  $\rho_{yx}$  低阻异常清晰, 异常随  $\alpha_D$  的改变而改变, 异常整体形态基本一致, 直到低阻异常消失, 说明视电阻率  $\rho_{yx}$  在  $\alpha_D = 0$  时主要反映了  $y$  方向电阻率, 在  $\alpha_D \neq 0$  时同时受  $\alpha_D$  大小的影响。

此外视电阻率  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  的值皆为零, 因此并未成图。而经作者研究发现, 只要  $\alpha_s$  不为零, 则  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  不为零且表现有异常。根据图 1 可知, 当  $\alpha_L$  变化而其他两个欧拉角为零时, 与当  $\alpha_s$  变化而其他两个欧拉角为零时一样, 所以没有对  $\alpha_L$  单独变化时进行研究。

### 3.3 模型二

模型一主要研究欧拉角和  $\rho_x$ 、 $\rho_y$  对视电阻率的影响, 而为了研究  $\rho_z$  对四种模式视电阻率的影响, 本文设置了第二个模型: 围岩电阻率为  $100 \Omega \cdot m$ , 异常体形态和模型一中的一致, 电阻率张量的三个主轴电阻率  $\rho_x$ 、 $\rho_y$  和  $\rho_z$  分别为  $100/50 \Omega \cdot m$ 、 $100/50/100 \Omega \cdot m$  和  $100/50/300 \Omega \cdot m$  三种, 欧拉旋转角度设置为  $\alpha_s = 0^\circ$ ,  $\alpha_D = 0^\circ$ ,  $\alpha_L = 0^\circ$ 。计算结果如图 6 所示。

在图 6 中,  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  没有异常出现, 且经研究发现, 在一维大地电磁各向异性中亦有相同结果。此外, 视电阻率  $\rho_{xy}$  几乎没有因为主轴电阻率  $\rho_z$  的改变而改变, 且视电阻率  $\rho_{xy}$  的值为  $100 \Omega \cdot m \pm 1\%$ , 没有显示出异常的存在, 原因是此时  $\alpha_s = 0^\circ$ , 且  $\rho_x = 100 \Omega \cdot m$  与围岩电阻率相等, 即此时视电阻率  $\rho_{xy}$  几乎不受  $z$  方向电阻率的影响。视电阻率  $\rho_{xx}$  一直有低阻异常的存在, 这是  $\rho_z$  ( $50 \Omega \cdot m$ ) 小于围岩电阻率且视电阻率  $\rho_{yx}$  主要反映  $y$  方向的电阻率造成的。此外, 视电阻率  $\rho_{yx}$  的异常随着  $\rho_z$  的改变而发生局部改变, 说明视电阻率  $\rho_{yx}$  除了能反映出  $y$  方向的电阻率外, 也在一定程度上受到  $z$  方向的主轴电阻率  $\rho_z$  的影响。

### 3.4 模型三

模型一是建立在均匀半空间条件下的, 为了更加严谨地判断  $\rho_{xx}$ 、 $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$ 、 $\rho_{yy}$  四种视电阻率与  $\rho_x$ 、 $\rho_y$ 、 $\rho_z$  三个主轴电阻率的关系, 本文还设置了在层状空间条件下的模型, 如图 7 所示。

该模型为两层模型, 围岩第一层  $\rho_x = 100 \Omega \cdot m$ 、厚  $640 m$ , 第二层  $\rho_x = 300 \Omega \cdot m$ , 异常体  $\rho = 100/300/1000 \Omega \cdot m$ 、顶深  $110 m$ 、厚  $3490 m$ , 宽  $1000 m$ , 倾斜  $45^\circ$ 。完整异常体纵跨两个地层, 分为上下两个部分。模型计算分为三种: 第一是图 7 中①和②两部分都包含的称为完整模型, 二是图 7 中只有①部分称为 1 号模型, 三是只有②部分称为 2 号模型。计算结果如图 8 所示。

因为完整异常体三个主轴电阻率为  $\rho = 100/300/1000 \Omega \cdot m$ , 即  $\rho_x$  与模型第一层电阻率相等且小于第二层电阻率,  $\rho_y$  与模型第二层围岩介质电阻率相等且大于第一层电阻率。结合图 8, 可以看到, 完整模型视电阻率  $\rho_{xy}$  的异常表现与 2 号模型视电阻率  $\rho_{xy}$  的相同, 完整模型视电阻率  $\rho_{yx}$  的异常表

现则与 1 号模型的视电阻率  $\rho_{yx}$  的相同, 2 号模型的视电阻率  $\rho_{yx}$  与 1 号模型的视电阻率  $\rho_{xy}$  均无异常表现。对比模型和响应可知视电阻率  $\rho_{xy}$  主要取决于  $\rho_x$ , 而视电阻率  $\rho_{yx}$  主要取决于  $\rho_y$ 。另外, 视电阻率  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  表现为无异常。因此证明了在层状模型下, 视电阻率  $\rho_{xy}$  主要反映出  $x$  方向上的  $\rho_x$  主轴的电阻率信息和视电阻率  $\rho_{yx}$  主要反映出  $y$  方向上的  $\rho_y$  主轴的电阻率信息的规律同样存在。

## 4 并行计算

一方面在 3.2 节中提到计算 25 个频点用时约 1334 s, 可见时间还是相对过长, 另一方面当前并行计算技术日趋成熟, 采用并行技术来缩短时间是种较好的选择。目前, 最流行的并行编程模式主要有 MPI (Message Passing Interface)、OpenMP 及 CUDA (Compute Unified Device Architecture), 前两种基于 CPU, CUDA 则基于 GPU (Graphic Processing Unit)。考虑普通微机性能能满足二维大地电磁正反演的计算需求, 因此采用 OpenMP 的并行技术将二维大地电磁任意各向异性正演基于频点进行并行(肖调杰等, 2015)。自 Visual Studio 2005 后就支持 OpenMP, 采用 fortran 编写代码, OpenMP 并行伪代码如下:

```
PROGRAM MTAnis2DModeling
USE OMP_LIB
...
读取输入数据
...
! $omp parallel do num_threads( threads_n ) & ! 并行域
从此开始
    !$omp private( ... ) ! 私有变量
    DO fn = 1, F_N ! 所有指定的线程对所有频点进行计算
    ...
    END DO
    !$omp end parallel do ! 结束并行
    ...
得到结果
...
END PROGRAM MTAnis2DModeling
```

经 OpenMP 并行之后, 当开启 8 个线程时, 计算时间从 1334 s 缩减到了 286 s, 大大减少了时间。并行计算并不改变结果, 因此, 不再对结果进行重复分析。

## 5 结论

本文利用三角形网格剖分的有限单元法, 实现了二维任意各向异性大地电磁的正演, 并采用了并行计算技术, 有效地减少了计算时间。对一个任意各向异性模型进行计算, 并将结果与前人的有限差分结果进行了对比, 视电阻率误差在 0.5% 以内, 相位误差在 0.2% 以内, 验证了本文算法的正确性。为研究电性任意各向异性中的六个各向异性参数( $\alpha_s$ 、 $\alpha_D$ 、 $\alpha_L$ 、 $\rho_x$ 、 $\rho_y$ 、 $\rho_z$ )与四种模式的视电阻率( $\rho_{xx}$ 、 $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$ 、 $\rho_{yy}$ )之间的关系, 我们设计了三个模型, 并对其结果进行了详细分析, 最后可以得到以下结论: 当  $\alpha_s$ 、 $\alpha_D$  和  $\alpha_L$  同时为零时, 视电阻率  $\rho_{xy}$ 、 $\rho_{yx}$  能够反映异常的存在, 而视电阻率  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  几

乎为零, 其中视电阻率  $\rho_{xy}$  主要反映  $x$  方向的主轴电阻率  $\rho_x$  的信息, 视电阻率  $\rho_{yx}$  主要反映出  $y$  方向的电阻率  $\rho_y$  的信息, 且视电阻率  $\rho_{yx}$  也在一定程度上受到  $z$  方向主轴电阻率  $\rho_z$  的影响, 视电阻率  $\rho_{xy}$  几乎不受  $\rho_z$  的影响; 当  $\alpha_s = \alpha_L = 0$  而  $\alpha_D \neq 0$  时, 视电阻率  $\rho_{yx}$  受  $\alpha_D$  大小变化的影响很大, 而  $\rho_{xy}$  几乎不发生改变; 当  $\alpha_D = \alpha_L = 0$  而  $\alpha_s \neq 0$  时, 相比  $\rho_{xy}$  和  $\rho_{yx}$ ,  $\rho_{xx}$  和  $\rho_{yy}$  的值较小, 但四种模式视电阻率皆能表现出明显的异常信息, 且随  $\alpha_s$  的大小变化而有很大变化, 变化趋势与  $\rho_x$ 、 $\rho_y$  两个主轴电阻率有关。

**致谢** 感谢审稿专家提出的修改意见和编辑部的大力支持!

## References

- Chen R Z, An Z G, Yang L Y. 2018. Fast OCCAM inversion for two-dimensional magnetotelluric based on MATLAB language [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 33(4): 1461-1468, doi: 10.6038/pg2018BB0518.
- Feucht D W, Sheehan A F, Bedrosian P A. 2017. Magnetotelluric Imaging of Lower Crustal Melt and Lithospheric Hydration in the Rocky Mountain Front Transition Zone, Colorado, USA [J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 122(12): 9489-9510, doi: 10.1002/2017JB014474.
- Gao C K, Tang J T, Wang Y, et al. 2009. The test research of high frequency MT based on RRI inversion in exploring deep and limbic minerals [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 24(1): 309-314.
- Heise W, Caldwell T G, Bibby H M, et al. 2006. Anisotropy and phase splits in magnetotellurics [J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 158(2-4): 107-121, doi: 10.1016/j.pepi.2006.03.021.
- Heise W, Pous J. 2003. Anomalous phases exceeding 90° in magnetotellurics: anisotropic model studies and a field example [J]. Geophysical Journal International, 155(1): 308-318, doi: 10.1046/j.1365-246X.2003.02050.x.
- Hu X Y, Huo G P, Gao R, et al. 2013. The magnetotelluric anisotropic two-dimensional simulation and case analysis [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 56(12): 4268-4277. doi: 10.6038/cjg20131229.
- Hui X, Wu X P. 2018. Two dimensional modeling of magnetotelluric in anisotropic media using unstructured finite element method [J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration (in Chinese), 40(4): 468-478, doi: 10.3969/j.issn.1001-1749.2018.04.09.
- Huo G P, Hu X Y, Huang Y F, et al. 2015. MT modeling for two-dimensional anisotropic conductivity structure with topography and examples of comparative analyses [J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 58(12): 4696-4708, doi: 10.6038/cjg20151230.
- Li Y, Hu X Y, Jin G X, et al. 2010. Research of 1-D magnetotelluric parallel computation based on MPI [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 25(5): 1612-1616, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2010.05.012.
- Li Y G. 2002. A finite-element algorithm for electromagnetic induction in two-dimensional anisotropic conductivity structures [J]. Geophysical Journal International, 148(3): 389-401.
- Li Y G, Pek J. 2008. Adaptive finite element modelling of two-dimensional magnetotelluric fields in general anisotropic media [J]. Geophysical Journal International, 175(3): 942-954.
- Pek J, Santos F A M. 2002. Magnetotelluric impedances and parametric sensitivities for 1-D anisotropic layered media [J]. Computers & Geosciences, 28(8): 939-950.
- Pek J, Verner T. 1997. Finite-difference modelling of magnetotelluric fields in two-dimensional anisotropic media [J]. Geophysical Journal International, 128(3): 505-521, doi: 10.1111/j.1365-246X.1997.tb05314.x.
- Qin L J, Yang C F. 2016. Analytic magnetotelluric responses to a two-segment model with axially anisotropic conductivity structures overlying a perfect conductor [J]. Geophysical Journal International, 205(3): 1729-1739, doi: 10.1093/gji/ggw109.
- Qin L J, Yang C F, Chen K. 2013. Analytic solution to the magnetotelluric response over anisotropic medium and its discussion [J]. Science China Earth Sciences, 56(9): 1607-1615, doi: 10.1007/s11430-013-4585-6.
- Reddy I K. 1975. Magnetotelluric Response of Laterally Inhomogeneous and Anisotropic Media [J]. Geophysics, 40(6): 1035-1045, doi: 10.1190/1.1440579.
- Wang M, Chen S, Tan H D, et al. 2017. Study on parallel algorithm based on inversion of 2D magnetotelluric [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 32(5): 2085-2090, doi: 10.6038/pg20170531.
- Wang N, Zhao S S, Hui J, et al. 2016. Three-dimensional audio magnetotelluric sounding of coal-bed methane reservoirs in southern Qinshui basin [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 31(6): 2664-2676, doi: 10.6038/pg20160642.
- Xiao T J, Huang X Y, Wang Y. 2019. 3D MT modeling using the T-Q method in general anisotropic media [J]. Journal of Applied Geophysics, 160: 171-182, doi: 10.1016/j.jappgeo.2018.11.012.
- Xiao T J, Liu Y, Song T, et al. 2015. A study on 3D scalar finite element forward and MPI parallel calculation [J]. Acta Mineralogica Sinica (in Chinese), (s1): 246-247.
- Xiao T J, Liu Y, Wang Y, et al. 2018. Three-dimensional magnetotelluric modeling in anisotropic media using edge-based finite element method [J]. Journal of Applied Geophysics, 149: 1-9. doi: 10.1016/j.jappgeo.2017.12.009.
- Xu S Z, Zhao S K. 1985. Finite element method for the solution of two-dimensional anisotropic geoelectric cross-section magnetic-field [J]. Acta Seismologica Sinica (in Chinese), 7(1): 82-92.
- Ye G F, Wang H, Guo Z Q, et al. 2013. Data acquisition and processing technology of long-period magnetotellurics [J]. Progress in Geophysics (in Chinese), 28(3): 1219-1226, doi: 10.6038/pg20130313.
- Zyserman F I, Santos J E. 2000. Parallel finite element algorithm with domain decomposition for three-dimensional magnetotelluric modelling [J]. Journal of Applied Geophysics, 44(4): 337-351.

## 附中文参考文献

- 陈润滋, 安志国, 杨良勇. 2018. 基于 MATLAB 语言的二维大地电磁 OCCAM 快速反演 [J]. 地球物理学进展, 33(04): 1461-1468, doi: 10.6038/pg2018BB0518.
- 高才坤, 汤井田, 王烨, 等. 2009. 基于 RRI 反演的高频大地电磁测深在深部矿产勘探中的试验研究 [J]. 地球物理学进展, 24(1): 309-314.
- 胡祥云, 霍光谱, 高锐, 等. 2013. 大地电磁各向异性二维模拟及实例分析 [J]. 地球物理学报, 56(12): 4268-4277, doi: 10.6038/cjg20131229.
- 惠鑫, 吴小平. 2018. 电阻率各向异性介质大地电磁二维非结构有限元数值模拟 [J]. 物探化探计算技术, 40(4): 468-478, doi: 10.3969/j.issn.1001-1749.2018.04.09.
- 霍光谱, 胡祥云, 黄一凡, 等. 2015. 带地形的大地电磁各向异性二

- 维模拟及实例对比分析 [J]. 地球物理学报, 58(12): 4696-4708, doi: 10.6038/cjg20151230.
- 李焱, 胡祥云, 金钢燮, 等. 2010. 基于 MPI 的一维大地电磁并行计算研究 [J]. 地球物理学进展, 25(5): 1612-1616, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2010.05.012.
- 汪茂, 陈霜, 谭捍东, 等. 2017. 基于大地电磁二维反演的 MPI 并行算法研究 [J]. 地球物理学进展, 32(05): 2085-2090, doi: 10.6038/pg20170531.
- 王楠, 赵姗姗, 惠健, 等. 2016. 沁水盆地南部煤层气藏三维音频大地电磁探测 [J]. 地球物理学进展, 31(6): 2664-2676, doi: 10.6.38/pg20160642.
- 肖调杰, 刘云, 宋滔, 等. 2015. 大地电磁三维标量有限元正演及 MPI 并行计算 [J]. 矿物学报, (s1): 246-247.
- 徐世浙, 赵生凯. 1985. 二维各向异性地电断面大地电磁场的有限元法解法 [J]. 地震学报, 7(1): 82-92.
- 叶高峰, 王辉, 郭泽秋, 等. 2013. 长周期大地电磁测深数据采集及处理技术 [J]. 地球物理学进展, 38(3): 1219-1226, doi: 10.6038/pg20130313.