

# 行星表面撞击坑统计定年原理及应用

岳宗玉<sup>1,3</sup>, 邸凯昌<sup>1,3</sup>, 刘建忠<sup>2,3\*</sup>

1.中国科学院 空天信息创新研究院,北京 100101; 2.中国科学院 地球化学研究所,贵阳 550081;  
3.中国科学院 比较行星学卓越创新中心,合肥 230026

**摘要:** 撞击坑统计定年法的基本原理是首先得到月球表面撞击坑密度分布的一般规律(即产率函数),然后将其应用到 Apollo 和 Luna 任务采样的区域中,得到大于特定直径(常用 1 km)的撞击坑密度,然后在该密度和样品的同位素年龄之间建立函数关系(即年代函数)。在对没有样品的地质单元进行年龄分析时,首先从遥感影像解译撞击坑,然后根据产率函数求解大于指定直径撞击坑的密度,最后将其代入年代函数中求解该区域的地质年龄。根据其它行星与月球撞击环境的差异等因素,该方法已经推广到其它行星表面地质年龄的研究中。本文详细分析了撞击坑统计定年方法的原理,以及在应用中需要注意的问题。

**关键词:** 撞击坑统计定年; 月球; 类地行星

中图分类号: P184 文章编号: 1007-2802(2021)05-1130-13 doi: 10.19658/j.issn.1007-2802.2021.40.060

## Principle and Application of Planetary Surface Dating Method Based on Crater Size-Frequency Distribution Measurements

YUE Zong-yu<sup>1,3</sup>, DI Kai-chang<sup>1,3</sup>, LIU Jian-zhong<sup>2,3\*</sup>

1. *Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;*  
2. *Institute of Geochemistry, Chinese Academy of Sciences, Guiyang 550081, China;*  
3. *CAS Center for Excellence in Comparative Planetology, Hefei 230026, China*

**Abstract:** The basic principle of planetary surface dating method based on the crater size-frequency distribution measurements is to firstly obtain the general law of the impact crater size-frequency distribution on the lunar surface (i.e. the production function), to then apply the general law into the areas sampled by the missions of Apollo and Luna for obtaining the distribution density of impact craters whose sizes are larger than the particular diameter (usually 1 km), and to finally fit a functional relationship (i.e. the isochron function) between the densities and the corresponding ages of samples from the isotopic dating. For dating the surface of a geologic unit without being sampled, the craters were firstly mapped in the remote sensing images, then the distribution density of craters whose sizes are larger than the particular diameter was derived with the production function, and finally the surface age of the area was solved by substituting the above distribution density of craters into the isochron function. The method has been generally applied to the study of surface dating of other planets according to the difference of crater impacting environments of other planets and the Moon. In this paper, we have introduced the principle of the planetary surface dating method based on crater size-frequency distribution measurements and analyzed some related issues which must be paid attention to in the application of the planetary surface dating method.

**Key words:** the planetary surface dating method based on the crater size-frequency distribution measurements; the Moon; terrestrial planets

收稿编号: 2021-050, 2021-04-01 收到, 2021-04-21 改回

基金项目: 国家自然科学基金项目(41941003, 41972321, 41773065); 中国科学院前沿科学重点研究计划(QYZDY-SSW-DQC028)

第一作者简介: 岳宗玉(1980-), 男, 博士, 研究员, 研究方向: 行星遥感地质学. E-mail: yuezy@radi.ac.cn.

\* 通信作者简介: 刘建忠(1968-), 男, 博士, 研究员, 研究方向: 行星遥感地质学. E-mail: liujianzhong@mail.gyig.ac.cn.

## 0 引言

地质单元的年龄是研究月球地质演化历史的重要信息,是月球科学研究的一项重要内容。地质单元的基本单位是岩石-地层单元,它们具有类似的岩石特征,即具有相似的成分、颗粒大小、层理等,和它们的形成方式无直接关系。在地球科学研究中,在大多数情况下可以直接接触这些岩石-地层单元,并在深度方向进行研究;而在月球科学研究中,绝大多数情况下只能利用遥感影像,根据月球表面的形态、反射率、撞击坑密度等属性来进行研究,这与地球科学研究中显著不同。根据这些特征,在地质单元之间建立边界,在此基础上可以分析其形成年代。

月球地质体的年龄可分为相对年龄和绝对年龄。在地球与行星科学中,判断两个地质单元相对年龄的主要依据是两个地质单元在垂向上的叠置关系;在月球科学研究中,根据叠置关系建立的基本原则包括:①撞击坑的溅射席或熔岩流与其它地质单元的叠置关系,其中被叠置的地质单元较老;②皱脊、月溪等地质构造与其它地质单元的交切关系,其中被交切的地质单元较老;③地质单元表面撞击坑的分布密度,其中同等规模撞击坑密度大的地质单元较老;④地质单元表面撞击坑退化的程度,其中含有退化严重撞击坑的地质单元较老。

上面四条原则中的第一、第二与地球地质单元的判别法则类似,这里不再赘述。在第三条原则中,需对两个地质单元同等规模的撞击坑分布密度进行比较。为此,可以指定撞击坑的最小直径,统计大于该指定直径的撞击坑密度;或指定某个直径区间,即统计直径在一定范围内的撞击坑密度。这样,撞击坑密度大的地质单元较老。不难发现,这种判别方法的理论基础是:①在相同地质阶段,月表不同区域的撞击坑分布是随机的,即年龄越老的区域,累积的相同规模的撞击坑越多;这一点是显而易见的,只要选择的地质单元上撞击坑的数量没有平衡,将持续累积撞击坑,因此这一条理论基础自然满足。②不同的地质阶段,撞击坑大小-频数关系模式是类似的,因此可对比两个地质单元任意同等规模的撞击坑的密度,都能得到相同的结论;否则,如果两个地质单元不同直径撞击坑的分布密度不同,那么就无法比较二者的相对年龄关系。

第三条原则的应用不仅限于两个地质单元的相对年龄。在建立撞击坑大小-频数分布模式的基础上,结合月球表面样品的绝对年龄,在撞击坑的

密度和地质单元的绝对年龄之间建立定量关系,可以推测其它未采样地质单元的绝对年龄,这种方法一般称为撞击坑统计定年法,它在月球科学研究中得到了广泛的应用。经过许多研究者的持续的工作,这种方法的理论分析越来越成熟,应用范围也越来越广,目前已经成为行星科学中一个重要而活跃的研究领域。第四条原则主要根据撞击坑的退化程度对撞击坑的年龄进行定量分析。

虽然撞击坑统计定年法已经在行星科学领域得到广泛应用,然而很多研究者并不深度了解其基本逻辑与原理,而且由于统计结果的差异性,导致在不同研究者之间出现较多争议。本文试图从这种方法的最基本前提入手,深刻讲述其基本原理,以期让更多的研究者能够熟练掌握并灵活运用这种方法,从而将其正确地应用在行星科学研究中。

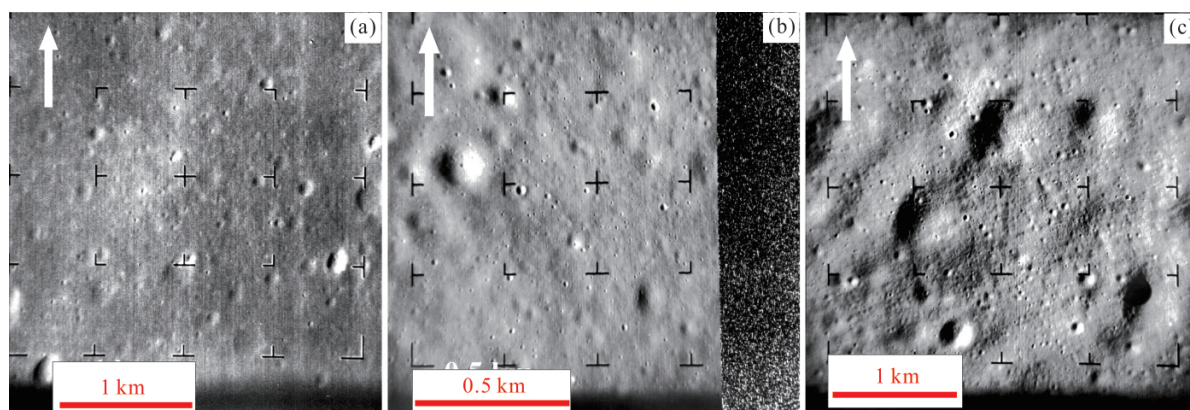
## 1 利用撞击坑统计法对地质单元进行定年的原理

### 1.1 撞击坑大小-频数关系的早期研究

伽利略在 1610 年出版的 *The Starry Messenger* 一书可视为对月球撞击坑研究的起源,尽管之后很长时间内对其起源有很大争议,直到 19 世纪 50 年代才逐渐为广大科学家意识到撞击起源(Melosh, 1989),但是对月球表面的撞击坑统计工作很早就开始了。据 Cross(1966) 记载, Fauth 在 1907 年出版的 *The Moon in Modern Astronomy* 一书中得到了撞击坑直径和频率之间存在双曲线函数关系, Macdonald 在 1931 年提出在对数坐标系中撞击坑直径和频率之间曲线的斜率约为 -1.9。1964-1965 年,美国 Ranger 7、Ranger 8 和 Ranger 9 三次硬着陆探测任务成功获取了一系列的月面图像,图 1 展示了三次探测任务的其中一幅图像。根据这些图像, Cross(1966) 在云海(Mare Nubium)、静海(Mare Tranquillitatis)及阿尔芬斯区域(Alphonsus Region) 分别提取了 395、590 以及 648 个撞击坑,撞击坑的直径从不足 1 m 至 37 km;然后将这些撞击坑的密度和撞击坑的直径投影到对数坐标系中,其中横轴表示撞击坑直径,纵轴表示直径大于横坐标的撞击坑频数, Cross(1966) 通过对这些撞击坑的大小频数分布进行拟合,得到下面的公式:

$$N = 10^{10} \frac{C}{D^2} \quad (1)$$

式中  $D$  为撞击坑直径(m);  $N$  为  $10^{12} \text{m}^2$  面积上大于该直径  $D$  的撞击坑的个数( $\text{m}^{-2}$ );  $C$  是量纲为 1 的系数,对不同区域该参数取值不同(在云海、静海和



(a) 影像编号为 Ranger 7 A199 拍摄时间在撞击月表前 2.5 s, 此时距离月表 6.5 km, 图片中心位置为 10.60 S, 20.69 W; 该图宽约 2.7 km。(b) 影像编号为 Ranger 8 A060 拍摄时间在撞击月表前 2.0 s, 此时距离月表 4.2 km, 图片中心位置为 2.70 N, 24.55 E; 该图宽约 1.4 km。(c) 影像编号为 Ranger 9 A070 拍摄时间在撞击月表前 3.0 s, 此时距离月表 7.5 km, 图片中心位置为 12.85 S, 2.41 W; 该图宽约 3.3 km。三幅图像均是向上为正北方向

图 1 (a) Ranger 7 获取的月球云海地区的一幅影像; (b) Ranger 8 获取的月球静海地区的一幅影像;  
(c) Ranger 9 获取的阿尔芬斯区域的一幅影像

Fig.1 (a) A frame image (Ranger 7 A199) of the Lunar Mare Nubium captured by Ranger 7 at 2.5 seconds before the impact with the distance of 6.5 km to the Moon; (b) A frame image (Ranger 8 A060) of the Lunar Mare Tranquillitatis captured by Range 8 at 2.0 seconds before the impact with the distance of 4.2 km to the Moon; (c) A frame image (Ranger 9 A070) of the Lunar Alphonsus captured by Range 9 at 3.0 seconds before the impact with the distance of 7.5 km to the Moon

阿尔芬斯区域分别取值为 1.4、1.0 和 2.5)。

到目前为止, 这里介绍的工作仅仅是对撞击坑的频数进行了简单的统计与分析, 与地质单元的年龄没有任何关系。但从这里简单的分析能得到两点信息: ①不同区域的撞击坑频数分布规律类似, 即它们都满足公式(1), 这一条结论与上面第二条理论假设完美地契合; ②不同区域的参数  $C$  不同, 而该参数越大, 则意味着在直径相同的情况下该区域的撞击坑数量越多, 根据地质单元相对年龄的判别原则, 该地质单元也就越老, 因此上述 3 个区域中, 阿尔芬斯区域最老, 静海最年轻。

如前所述, 在建立撞击坑大小-频数分布模式的基础上, 结合月球表面样品的绝对年龄, 在撞击坑的密度和地质单元的绝对年龄之间建立定量关系, 可以推测其它未采样地质单元的绝对年龄。具体来说, 可以有两种方式, 其一是对 Apollo 任务采样点与 Luna 采样点的撞击坑大小-频数关系进行统计, 得到大于某个直径(例如  $D=1$  km) 时的各个采样点的撞击坑累积频数  $N$ , 然后在  $N$  与样品年龄  $t$  之间建立关系; 在其它未采样的区域, 同样也统计相同直径( $D=1$  km) 的撞击坑累积分布规律, 根据建立的关系计算出该区域的地质年龄。这种方法的优点是无需知道公式(1)的具体形式, 只要能够在采样区和待定年区对同等规模的撞击坑进行统计即可。但是, 如果统计区域(采样区或者待定年

区)的撞击坑直径范围不同, 此时就需要根据公式(1)将其推算到共同的直径范围(例如  $D=1$  km), 然后才能推导地质年龄。

还有一种方法是直接利用公式(1), 对 Apollo 任务采样点与 Luna 采样点的撞击坑大小-频数关系都进行统计, 将得到对应的参数  $C$  值[如果撞击坑大小-频数关系严格满足公式(1), 那么在同一个地区, 即使选择的直径  $D$  不同, 也将得到同样的  $C$  值, 即  $C$  值仅与该区域的年龄有关, 与直径  $D$  无关], 然后对这些  $C$  值与样品年龄之间的关系进行最小二乘拟合, 将得到地质年龄与月表撞击坑大小-频数(即参数  $C$ ) 之间的关系, 这样, 我们可以在未采样区域进行撞击坑统计, 根据该区域的  $C$  值就可以求得地质年龄。这种方法的优点是可以得到参数  $C$  的具体形式, 从而了解月表撞击坑大小-频数关系随时间变化的一般规律, 缺点是对于每个统计区域(包括采样区或者待定年区)的撞击坑大小-频数关系都需要进行拟合, 这个过程中可能会累积较大的误差。

这就是撞击坑统计定年法的原理。但是, 在向下进行这项工作之前, 我们有必要再验证月表撞击坑的大小-频数规律是否都可以用公式(1)表示。因为它是根据 Ranger 系列任务获取的影像统计得到的, 而 Ranger 系列任务都是月球硬着陆任务, 在当时的技术条件下获取的影像质量相对较低, 因此

需要用后期任务获取的影像进行验证。

在 Ranger 系列任务完成后,在 1966-1967 年美国又发射了 5 次 Lunar Orbiter 任务,获取了月表 99% 的影像数据,其分辨率优于 60 m,并在重点区域获取了更高分辨率(最高可达 2.0 m)数据。与此同时,在 1966-1968 年,美国还开展了 7 次 Surveyor 月球软着陆探测任务,除了 Surveyor 2 和 Surveyor 4 任务失败并且没有返回数据外,其余 5 次探测任务都返回了月表影像数据。在 1969-1972 年,美国展开了 7 次 Apollo 载人登月探测任务,除了 Apollo 13 任务失败外,其余都采回了月表样品并获取了大量的影像,这使得根据撞击坑大小-频数关系统计精度得到进一步提高。例如 Shoemaker 等(1970)在 Apollo 11 与 Lunar Orbiter 5 影像上对 Apollo 11 着陆区静海基地解译得到的撞击坑累积分布模式也满足指数关系  $N \sim D^\alpha$ ,但是对于直径小于 141 m 的撞击坑其指数  $\alpha = -2.0$ ,对于直径为数百米的撞击坑则是  $\alpha = -2.93$ 。Chapman 和 Haefner(1967)第一次指出  $N$  与  $D$  的关系不是一个简单的指数关系,其指数  $\alpha$  应该与  $D$  有关,而且发生连续变化,可用关系式表示  $N \sim D^{\alpha(D)}$ ;其中指数取值范围为:对于月海撞击坑其值为  $-4.3 \sim -2.0$ ,对于高地撞击坑而言其值为  $-2.2 \sim -2.9$ 。可以看出,随着研究区域的不断扩大,撞击坑大小-频数关系也变得不那么简单了。

## 1.2 Neukum 撞击坑大小-频数关系及月球撞击坑累积分布年代模型

### 1.2.1 Neukum(1983)对撞击坑大小-频数关系的研究

1983 年,Neukum 发表了博士论文“Meteorite bombardment and dating of planetary surfaces”(这篇论文由 NASA 将其从德语翻译成英语),结合前人的研究以及 Neukum 多年的工作成果(在此之前,Neukum 已经在此领域发表了一系列研究论文),进一步优化了撞击坑大小-频数公式,而且从理论上进行了分析,其结果直到现在仍被大量使用,可以说是该领域最为成功的一项成果,对整个行星科学研究都有重要的影响,因此我们在这里重点介绍 Neukum(1983)提出的撞击坑大小-频数分布规律。

Neukum 等(1975)对前人的统计工作进行了总结,提出用如下公式来表示月表撞击坑累积大小-频数关系:

$$N(D, t) = G(D) F(t) \quad (2)$$

式中  $N(D, t)$  表示月表某个区域自形成至  $t$  时刻累积的所有撞击坑频数,  $G(D)$  表示月表任意区域在经历任意时间后累积的撞击坑大小-频数的一般关系,这里需要注意的是,  $G(D)$  仅依赖于  $D$ ,与  $t$  无

关,其意义是,对于两个具有不同地质年龄的月表,它们具有相同的大小-频数分布模式,其实,这就是我们前面讲的第二条原则,而且,绝大多数研究者在月表的统计区域内都采用这种处理方式。上式中的  $F(t)$  表示撞击坑大小-频数规律随时间的变化关系,它仅依赖于时间  $t$ ,反映了撞击坑大小频数关系随时间的一般变化规律。其实该式在本质上是对公式(1)的更一般性的表示。

公式(2)的意义还在于,它可以用来对两个具有不同年龄的区域进行归一化。现在假定在月表选择两个年龄分别为  $t_1$  和  $t_2$  的区域,选择相同的累积直径  $D$ ,则有:

$$\frac{N_1(D, t_1)}{N_2(D, t_2)} = \frac{F(t_1)}{F(t_2)} = C \quad (3)$$

因此,月表某区域的撞击坑累积频数  $N_i$  和另一个区域的撞击坑累积频数  $N_k$  相除就会得到一个因子  $C_{ik}$ ,该因子仅依赖于这两个区域的年龄  $t_i$  和  $t_k$ 。同时,公式(3)还表明,假设两个区域的撞击坑累积统计中具有相同的直径  $D$ ,那么这两个区域的撞击坑累积频数之比  $C$  是可以求出来的;首先,公式(3)可改写为:

$$\frac{N_1(D, t_1)}{C} = N_2(D, t_2) \quad (4)$$

公式(4)的意义是,具有地质时间  $t_1$  的区域的撞击坑累积大小-频数分布规律除以一个比例因子,就可以变换成具有地质时间  $t_2$  的区域的撞击坑累积大小-频数分布规律。这个式子具有重要的价值,这是因为,我们在对月表撞击坑大小-频数分布规律进行统计时,因为必须选择具有相同地质年代的地区,并且由于遥感影像分辨率的限制,在一个地质区域一般只能统计一定直径范围的撞击坑的大小-频数分布规律,但是根据公式(4),我们可以借助其它地区的分布规律,来补充其它直径范围的撞击坑的大小-频数分布规律,只要两个区域的统计结果中具有重叠的撞击坑直径即可。Neukum 等(1975)在综合 Greeley 和 Gault(1970)结果的基础上,将所有统计区域的撞击坑大小-频数分布规律归一化到澄海(Mare Serenitatis)地区撞击坑的分布曲线上,最终得到了  $250 \text{ m} < D < 20 \text{ km}$  的大小-频数分布规律,即澄海地区的  $N(D, t)$  分布规律。因为这些结果是通过通过对月表撞击坑的统计得到的,所以展现的结果就是一些离散的点。Neukum(1983)将撞击坑直径的统计范围扩大至  $10 \text{ m} \leq D \leq 300 \text{ km}$ ,同样也是归一化到澄海地区的撞击坑大小-频数分布模式中,并用下式来进行拟合:

$$\lg N = a_0 + a_1 \lg D + a_2 (\lg D)^2 + \dots + a_{11} (\lg D)^{11} \quad (5)$$

式中  $\mu_0 = -3.0768$  [ $a_0$  在 Neukum 等 (2001) 给出],  $a_1 = -3.6269$ ,  $a_2 = 0.4366$ ,  $a_3 = 0.7935$ ,  $a_4 = 0.0865$ ,  $a_5 = -0.2649$ ,  $a_6 = -0.0664$ ,  $a_7 = 0.0379$ ,  $a_8 = 0.0106$ ,  $a_9 = -0.0022$ ,  $a_{10} = -5.180 \times 10^{-4}$ ,  $a_{11} = 3.970 \times 10^{-5}$  都是拟合参数。需要注意的是:  $N$  的单位是个数/ $\text{km}^2$ ,  $D$  的是  $\text{km}$ , 系数  $a_i$  对于  $10 \text{ m} \leq D \leq 300 \text{ km}$  都是有效的(本文对数都是以 10 为底)。

将公式 (5) 写成公式 (2) 的形式, 则有:

$$N = D^{a_1 + a_2 \lg D + a_3 (\lg D)^2 + \dots + a_{11} (\lg D)^{10}} \cdot 10^{a_0} \quad (6)$$

即在上式中:

$$G(D) = D^{a_1 + a_2 \lg D + a_3 (\lg D)^2 + \dots + a_{11} (\lg D)^{10}} = D^{\alpha(D)} \quad (7)$$

可以看出, Neukum (1983) 所给出的指数  $\alpha$  是直径  $D$  的函数, 而不再是一个常数, 其关系式为:

$$\alpha(D) = a_1 + a_2 \lg D + a_3 (\lg D)^2 + \dots + a_{11} (\lg D)^{10} \quad (8)$$

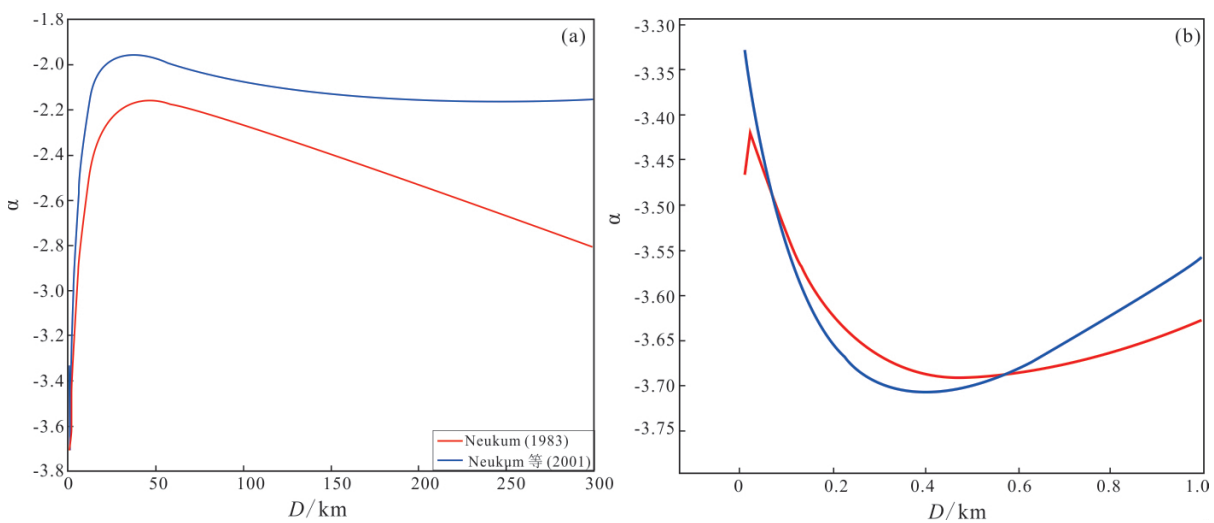
如果直径  $D = 1 \text{ km}$ , 那么  $\lg D = 0$ , 由此得到  $\alpha = a_1 = -3.269$ 。需要再次强调的是, 这里的  $G(D)$  是月表撞击坑大小-频数的一般分布规律, 与时间  $t$  无关, 如图 2 所示, 可以清楚地看到, 该值在  $D = 45 \text{ km}$  附近取得最大值约为  $-2.1647$ ; 而且, 在  $D = 0.5 \text{ km}$  附近该曲线还有一个拐点; 此外, 在  $D = 0.02 \text{ km}$  附近出现的拐点可能是由于数据拟合造成的。图 3 是根据公式 (7) 给出的  $G(D)$  的结果图。

1.2.2 Neukum (1983) 撞击坑年代曲线 基于前面讲到的第一种方式, Neukum (1983) 分析了推导月表地质年龄的过程。假设已经知道月表某区域的地

质年龄, 并测得该区域的撞击坑大小-频数分布规律  $N(D, t)$ , 那么可以在二者之间建立联系, 并将其推广到未采样区域。根据 Apollo 任务与 Luna 任务取回的月球样品, Neukum (1983) 得到了 17 个区域的年龄, 其中在月海区域, Apollo 11 的样品显示出了两组不同的年龄, 分别从高钾玄武岩和低钾玄武岩中测得, 其它着陆区的年龄比较集中。第谷撞击坑的溅射物在 Apollo 17 着陆点找到, 哥白尼撞击坑的溅射物在 Apollo 12 找到。对于高地地区样品的放射年龄测量结果较为分散, 可能是由于冲击变质过程不是特别明显所导致的。

如前所述, 如果撞击坑大小-频数关系严格满足公式 (5) 或公式 (6), 那么统计月表选定区域的撞击坑大小-频数分布规律  $N(D, t)$  时直径  $D$  对  $F(t)$  是没有影响的, 但是选择不同的直径  $D$  将得到不同的  $N(D, t)$ , 如果将  $N(D, t)$  与时间  $t$  直接拟合, 也会有不同的表达式。Neukum (1983) 建议统计月表区域  $D > 1 \text{ km}$  的撞击坑频数 [在某些区域, 例如 North Ray, cones 等应该也是由公式 (5) 拟合得到的]。Neukum (1983) 同时列出了相应区域测得的样品年龄。因为这个结果如此重要, 我们将它列入表 1。

上面的  $N(1)$  与地质年龄分布结果如图 4 所示。从图 4 可以看出, 样品的年龄与所在采样区的  $N(1)$  值的关系可具有明显的两段性质: 在古老地区呈指数关系分布, 在年轻区域呈线性分布, 为此, Neukum (1983) 将其表示为一个指数函数与一个线性函数之和的形式:



(b) 表示对 (a) 图中直径小于 1 km 的局部放大图

图 2 Neukum (1983) 和 Neukum 等 (2001) 提出的撞击坑  $\alpha$ - $D$  关系图

Fig.2 Diagram showing the relationship between the  $\alpha$  and  $D$  (diameter) indexes of the crater size-frequency distribution by Neukum (1983) and Neukum et al. (2001)

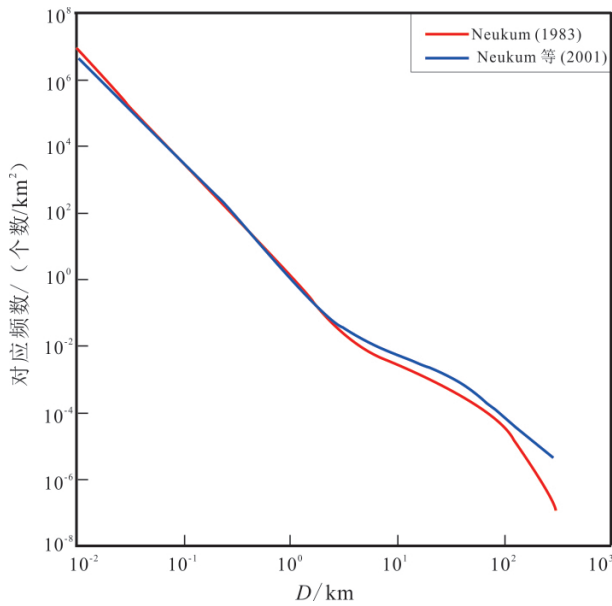


图3 Neukum(1983)得到的月表撞击坑大小-频数关系分布图

Fig.3 The diagram of lunar crater size-frequency distribution by Neukum (1983)

$$N(1, t) = 5.44 \times 10^{-14} (e^{6.93t} - 1) + 8.38 \times 10^{-4} t \quad (9)$$

式中  $N(1, t)$  表示  $D=1$  km 时的累积撞击坑频数随时间的变化关系 (个数/km<sup>2</sup>) ;  $t$  表示年龄 (10<sup>9</sup> a)。图4中的蓝线展示公式(9)。

现在,假设月表某区域年龄为  $t$ ,在月球遥感影像上对该区域直径大于 1 km 的撞击坑累积分布规律进行统计,得到了该区域的  $N(1, t)$  值,那么就可

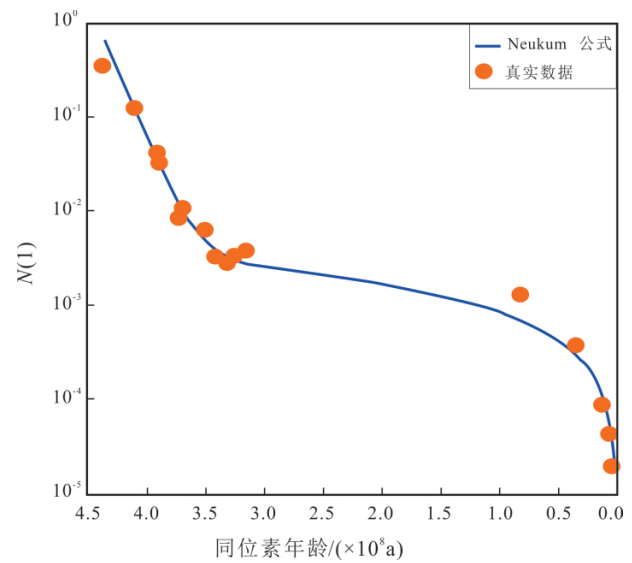


图4 月球样品采集区域的  $N(1)$  与相应的地质年龄分布图

Fig.4 The relationship between the isotopic ages and  $N(1)$  values of the sampled lunar areas

以代入上式求得年龄  $t$  值。如果在选择的区域中没有测得  $D=1$  km 时的频数值,而是得到了其它直径的频数值,那么此时需要将其代入公式(5)或公式(6),求得与时间有依赖关系的  $a_0$ ,然后再将  $D=1$  km 代入,得到  $N(1, t)$  值,最后根据公式(9)得到该地区的年龄。

显然,  $N(10, t)$  将具有与公式(9)不同的形式,但也能采取类似的方法对月表地质单元进行定年。

表1 月球样品地质年龄及其对应的  $N(1, t)$  和  $N(10, t)$   
Table 1 Isotopic ages, and  $N(1, t)$  and  $N(10, t)$  values of the sampled lunar areas

地质单元	$N(D=1) / (\text{km}^{-2})$	$N(D=10) / (\text{km}^{-2})$	$t / (\times 10^9 \text{ a})$
月球高地	$(3.6 \pm 1.1) \times 10^{-1}$	$9.2 \times 10^{-4}$	$4.35 \pm 0.10$
酒海盆地(A 16)	$(1.2 \pm 0.4) \times 10^{-1}$	$3.1 \times 10^{-4}$	$4.10 \pm 0.10$
澄海盆地(A 17)	-	-	$3.98 \pm 0.05$
笛卡儿建造(A 16)	$(3.4 \pm 0.7) \times 10^{-2}$	$8.7 \times 10^{-5}$	$3.90 \pm 0.10$
雨海盆地(A 15)	$(3.5 \pm 0.5) \times 10^{-2}$	$8.9 \times 10^{-5}$	$3.91 \pm 0.10$
弗拉莫罗建造(A 14)	$(3.7 \pm 0.7) \times 10^{-2}$	$9.4 \times 10^{-4}$	$3.91 \pm 0.10$
陶拉斯-利特罗山谷(A 17)	$(1.0 \pm 0.3) \times 10^{-2}$	$2.6 \times 10^{-5}$	$3.70 \pm 0.10$
静海(A 11)	$(9.0 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	$2.3 \times 10^{-5}$	$3.72 \pm 0.10$
静海(A 11)	$(6.4 \pm 2.0) \times 10^{-3}$	$1.6 \times 10^{-5}$	$3.53 \pm 0.05$
雨海(A 15)	$(3.2 \pm 1.1) \times 10^{-3}$	$8.2 \times 10^{-6}$	$3.28 \pm 0.10$
风暴洋(A 12)	$(3.6 \pm 1.1) \times 10^{-3}$	$9.2 \times 10^{-6}$	$3.18 \pm 0.10$
丰富海(Luna 16)	$(3.3 \pm 1.0) \times 10^{-3}$	$8.4 \times 10^{-6}$	$3.40 \pm 0.04$
危海(Luna 24)	$(3.0 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	$7.6 \times 10^{-6}$	$3.30 \pm 0.10$
哥白尼坑(A 12)	$(1.3 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$3.3 \times 10^{-6}$	$0.85 \pm 0.2$
第谷坑(A 17)	$(9.0 \pm 1.8) \times 10^{-5}$	$2.3 \times 10^{-7}$	$0.109 \pm 0.004$
North Ray 坑(A 16)	$(4.4 \pm 1.1) \times 10^{-5}$	$1.1 \times 10^{-7}$	$0.0500 \pm 0.0014$
Cone 坑(A 14)	$(2.1 \pm 0.5) \times 10^{-5}$	$5.3 \times 10^{-8}$	$0.0260 \pm 0.0008$
显生宙坑(北美与欧洲)	$(3.6 \pm 1.1) \times 10^{-4}$	$9.2 \times 10^{-6}$	$0.375 \pm 0.075$

注:数据来源于 Neukum(1983)。

1.2.3 Neukum 等(2001) 撞击坑大小-频数累积分布关系 2001 年,Neukum 等(2001) 利用后期提取的撞击坑的分布规律对公式(5)中的系数进行了更新,更新后的系数如下:

$$a_0 = -3.0876, a_1 = -3.557528, a_2 = 0.781027, a_3 = 1.021521, a_4 = -0.156012, a_5 = -0.444058, a_6 = 0.019977, a_7 = 0.086850, a_8 = -0.005874, a_9 = -0.006809, a_{10} = 8.25 \times 10^{-4}, a_{11} = 5.54 \times 10^{-5}.$$

图2显示了上述系数条件下撞击坑大小-频数分布规律中的指数随着直径的变化规律,其最大值在直径  $D = 35$  km 附近取得,约为  $-1.960$ ,略高于 Neukum(1983) 所取得的最大值。在直径较小的附近也没再出现拐点。

图3显示了两种模式的撞击坑大小-频数分布规律,二者之间最大的差别出现在直径  $D > 10$  km 的区间,此时在直径相等的情况下 Neukum 等(2001) 对应的撞击坑频数更高。

1.2.4 近年来对部分  $N(1)$  值的更新 Hiesinger 等(2012) 利用高分辨率的 LROC NAC 等遥感影像数据对较为年轻的 North Ray 坑、第谷撞击坑、哥白尼撞击坑的  $N(1)$  值重新进行了分析,在结果图中他们将三个区域的  $N(1)$  值更新为(单位:个数/ $\text{km}^2$ )  $3.84 \times 10^{-5}$ 、 $7.12 \times 10^{-5}$ 、 $6.68 \times 10^{-4}$ ,其中哥白尼撞击坑的  $N(1)$  值改动幅度较大,并发现这些新的结果与 Neukum(1983) 年代曲线吻合的很好。

利用 LROC NAC 数据,Robbins(2014) 对大部分采样区域的  $N(1)$  值进行了重新分析,认为早期研究中可能存在较大误差,不过其结果到目前还没有得到广泛认同,读者可自行确定是否采用其结果。

**1.3 Hartmann 撞击坑大小-频数累积分布的一般关系**

1.3.1 撞击坑大小-频数的增量分布模式 在撞击坑大小-频数关系统计中,除了前述累积分布模式之外,还有一种增量频数分布模式,由 Hartmann(1966) 首先提出。这种表达方式中,通常先选择一些直径区间,然后统计该区间内的所有撞击坑频数。通常情况下直径区间选择  $(D, 2D)$  或者  $(D, \sqrt{2}D)$ ,而且需要有一个区间左侧直径等于 1 km。假定选择的直径区间是  $(D, pD)$ ,其中  $p > 1$ ,不难证明,它和撞击坑大小-频数累积分布模式的关系为:

$$N_{increm} = (1 - p^{\alpha+1}) N \tag{10}$$

式中  $N_{increm}$  即为这里提到的增量分布模式,对于月表撞击坑而言,指数  $\alpha < -1$ ,所以  $N_{increm} < N$ 。

1.3.2 Hartmann 撞击坑大小-频数增量分布的一般关系 Hartmann 等(1981) 利用撞击坑大小-频数增量分布的形式对月表多处区域的撞击坑做了统计,得到所有月海区域撞击坑的平均关系:  $\lg N_{increm} = -2.92 - 1.8 \lg D$ ,或:  $N_{increm} = 0.0012D^{-1.8}$ ,这里的直径统计区间为 2.8~181 km,统计区间的右侧直径与左侧直径的比值是  $\sqrt{2}$ 。Hartmann 等(1981) 还得到了月表其它区域的撞击坑密度相对于月海平均撞击坑密度的比值,根据这些比值可得到其它区域的撞击坑大小-频数分布规律。

Hartmann(1999) 对月海地区的撞击坑大小-频数关系适用范围进行了扩展,给出了在  $D < 1$  km 和  $D > 64$  km 处的撞击坑大小-频数分布在对数坐标系中的斜率分别为  $-3.82$  和  $-2.20$ ,在 Neukum 等(2001) 中(Hartmann 是作者之一) 将其结果进一步用如下公式表示:

$$\lg N_{increm} = \begin{cases} -2.616 - 3.82 \lg D_L, & D_L < 1.41 \text{ km} \\ -2.920 - 1.80 \lg D_L, & 1.41 \text{ km} < D_L < 64 \text{ km} \\ -2.198 - 2.20 \lg D_L, & D_L > 64 \text{ km} \end{cases} \tag{11}$$

式中  $D_L$  表示增量区间的左侧直径(km)。统计区间的右侧直径与左侧直径的比值是  $\sqrt{2}$ 。将上式进行改写:

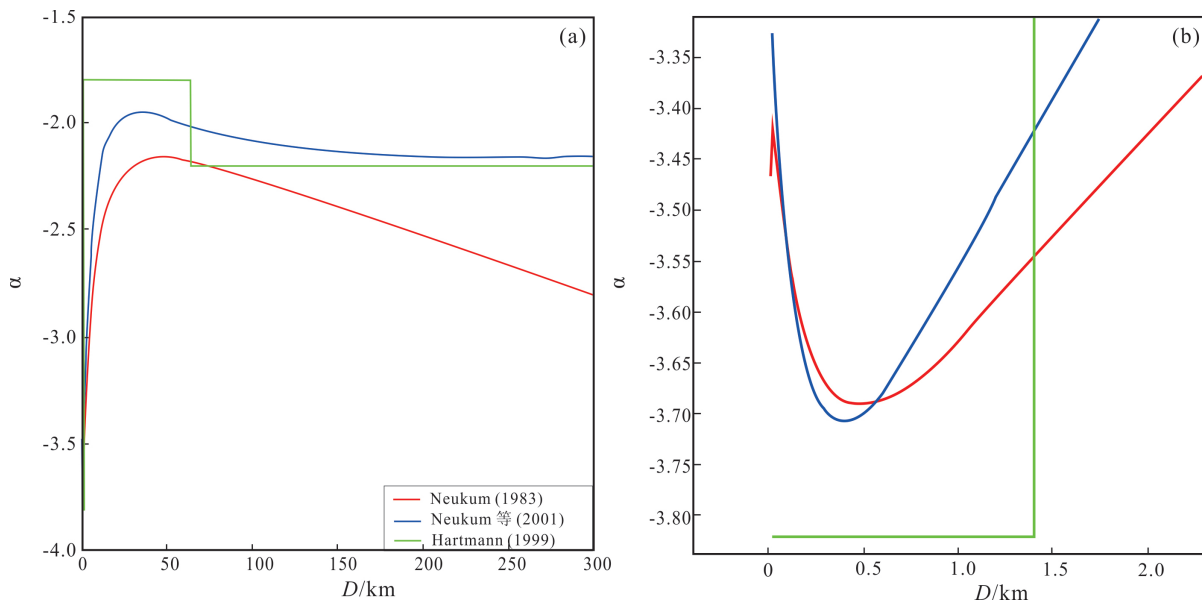
$$N_{increm} = \begin{cases} 2.4210 \times 10^{-3} D_L^{-3.82}, & D_L < 1.41 \text{ km} \\ 1.2023 \times 10^{-3} D_L^{-1.80}, & 1.41 < D_L < 64 \text{ km} \\ 6.3387 \times 10^{-3} D_L^{-2.20}, & D_L > 64 \text{ km} \end{cases} \tag{12}$$

Hartmann(1999) 采取的增量统计直径区间是  $(D, \sqrt{2}D)$ ,可以将 Hartmann(1999) 的增量分布模式改写成累积分布模式,结果如下:

$$N(D, t_1) = \begin{cases} 0.0033D^{-3.82} + 5.1244 \times 10^{-4}, & D < 1.41 \text{ km} \\ 0.0026D^{-1.80} - 1.9371 \times 10^{-7}, & 1.41 < D < 64 \text{ km} \\ 0.0119D^{-2.20}, & D > 64 \text{ km} \end{cases} \tag{13}$$

式(13)表示在月海形成的平均时刻,撞击坑累积大小-频数分布规律。因为 Hartmann(1999) 是对所有月海区域的撞击坑大小-频数统计的结果,而且因为月海形成时间跨度相对较小,所以一般认为它代表了月球在该时期形成撞击坑的大小-频数关系,即其相当于在 Neukum 研究工作中将其归一化到澄海的结果。

图5呈现了 Hartmann(1999) 的指数与 Neukum 所提出的两种指数的对比结果,可以看出它与 Neukum 等(2001) 更为接近。图6将 Hartmann(1999)



(b) 小撞击坑区域的局部放大图

图5 三种撞击坑大小-频数关系中的指数  $\alpha$  与  $D$  的关系图

Fig.5 The relationships of the  $\alpha$  and  $D$  ( diameter) indexes of size-frequency distributions of three kinds of crater

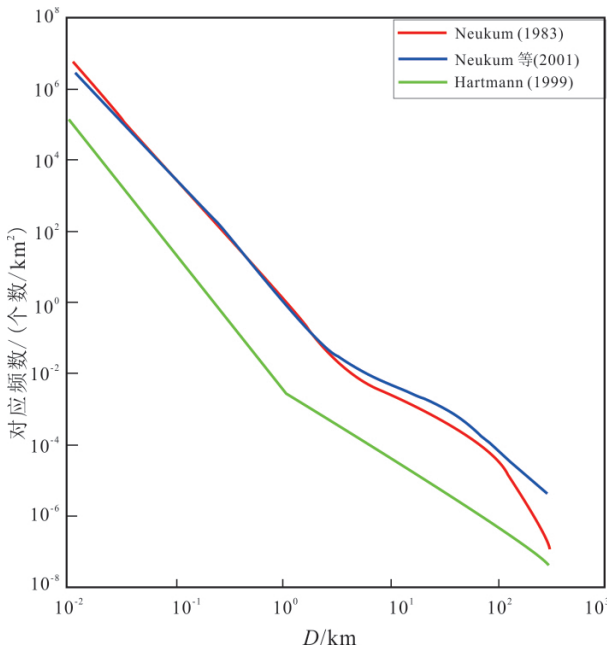
与 Neukum 所给出的撞击坑大小-频数关系进行了对比,因为二者相差  $F(t)$  倍( $t$  表示月海的平均年龄),所以在图上表现为垂向的平移。从分布模式上看,二者较为接近,尤其是在  $D < 1$  km 的部分。

1.4 撞击坑统计定年方法的推广

月球表面的撞击坑大小-频数关系不仅是月表

定年方法的基础,而且还能为我们提供陨石的大小分布规律。根据撞击坑形成过程中的理论分析,撞击坑的直径与陨石直径存在一定的比例关系,从而,我们可以根据撞击坑的大小-频数关系反演陨石的大小-频数关系。结果表明,形成月球表面撞击坑的陨石大小分布规律与太阳系小行星带的大小分布规律相似,因此,有理由认为这些陨石主要来源于小行星带,进而可以推测,至少在内太阳系,行星表面的撞击坑主要是由陨石撞击形成的,所以,我们可以将在月球表面建立的定年方法推广到其它行星表面,这里以火星为例简单介绍一下这种原理。

研究表明,火星表面的陨石撞击速度比月球表面低( Neukum, 1983),因此,同样大小的陨石在火星表面形成的撞击坑直径要小。Neukum 和 Wise ( 1976) 提出以下几点假设: ①火星与月球的陨石流量相同; ②同等年龄的地质单元上,火星表面大于 1 km 直径的撞击坑频率比月球要低 4.5 倍; ③火星与月球表面陨石流量与时间的关系相同。因此,将月球 1 km 直径撞击坑的年代曲线沿垂向向下平移,就得到火星的年代曲线。然而,由于火星表面部分区域曾经含有水,所以同等撞击条件下形成的撞击坑直径在不同区域可能略有不同,Neukum( 1983) 经过对火星表面不同区域的撞击坑大小-频数关系的统计分析,得到了火星表面的平均分布模式,在撞击坑统计定年方法中可起到月球表面撞击坑大小分



Hartmann( 1999) 设定在月海平均时间,  
Neukum 曲线设定在澄海形成时间

图6 几种月表撞击坑大小-频数关系分布图

Fig.6 The relationships of size-frequency distributions of three kinds of craters



布一般规律的角色,结合前面修正的年代曲线,可对火星区域进行定年。

这种推广原理同样适用于其它类地行星,例如水星( Neukum, 1983; Fassett et al., 2011),金星( Herrick et al., 1997),小行星( Neesemann et al., 2019),但是这种方法的不确定性难以评估。

## 2 利用撞击坑统计法定年需要注意的问题

### 2.1 撞击坑频数的平衡及其对定年的影响

2.1.1 饱和与平衡的概念 公式(2)成立的场景是:月球表面最初没有撞击坑,以后每次陨石撞击形成一个撞击坑,而且撞击坑之后也不会消失。这种前提是非常有价值的,事实上,这也是我们前面根据撞击坑数量反推该区域年龄的理论基础;另外,还可以根据撞击坑的数量反推陨石的流量,而且在这方面已经开展了大量的工作。但另一方面,这种前提在一些情况下也是不切实际的,因为即使没有其它地质过程抹除月表撞击坑,随着撞击坑数量的增加,撞击坑之间必然会通过相互叠置和破坏而消除已经存在的撞击坑。因此,对撞击坑数量动态演化的研究是十分必要的。

事实上,在这方面许多研究者已经开展了大量的工作(Trask, 1966; Gault, 1970; Neukum and Dietzel, 1971),但直到最近在一些结论上仍存在争议(Richardson, 2009; Xiao and Werner, 2015)。在已有的文献中,Melosh(1989)对这个问题的分析最容易理解,这里总结如下。

Melosh(1989)首先假定所有撞击坑具有相同的直径,即前面的 $G(D) = \text{const}$ ,随着时间的增加,观测到的撞击坑数量和实际形成的数量最初以相同的速率增长,然而,当月表某区域撞击坑的密度增加数个量级之后,旧有的撞击坑要么被新撞击坑覆盖,要么被它们的溅射物掩埋,导致观测到的撞击坑密度下降并低于实际形成的撞击坑密度。最终,撞击坑的密度变得如此之高以致每形成一个新的撞击坑将平均湮灭一个旧撞击坑。因此,撞击坑的观测密度不可能进一步增加,即在这个阶段撞击坑的数量已经达到了平衡。显然,一旦达到平衡,应用前面的撞击坑统计定年方法只能得到绝对年龄的下限,而且两个平衡表面的相对年龄也无法确定。

在深入分析撞击坑密度的平衡之前再介绍“几何饱和”(有些文献中称为“饱和”)的概念。它由Gault(1970)首先引入。直径均为 $D$ 的撞击坑在某个区域紧密排列[参见Gault(1970)图6],在排列过

程中撞击坑不会被附近撞击坑的溅射席所去除,此时就称为该撞击坑达到了饱和,此时撞击坑的面积占据了区域面积的90.5%,其在单位面积上的撞击坑个数为:

$$N_s = 1.15 \times D^{-2} \quad (14)$$

为了统计不同直径撞击坑处于饱和状态时的累积频数,Gault(1970)假定相邻大小的撞击坑直径相差2倍,由此得到饱和状态下的撞击坑累积频数 $N_{cs}(D)$ 为:

$$N_{cs}(D) = 1.54D^{-2} \quad (15)$$

几何饱和是一个理论极限,因为在达到饱和之前就已经平衡了。Gault(1970)使用一系列撞击坑直径进行的模拟发现,当撞击坑达到平衡时的撞击坑频数与达到几何饱和状态时的频数比值介于1%~10%,首选的平均值是5%~7%。

### 2.1.2 撞击坑频数平衡时的规律及对定年的启示

上述分析表明,撞击坑的累积大小-频数分布关系一般满足指数分布规律 $N \sim D^\alpha$ ,这里的 $\alpha$ 可以分为两种情况:(1)  $\alpha < -2$ ; (2)  $\alpha \geq -2$ ;这两种情况下撞击坑的平衡过程截然不同,下面分开讨论。

(1)  $\alpha < -2$ 的情况:假定在月球表面某区域初始时刻没有撞击坑,之后以 $N \sim D^\alpha$ 的模式形成撞击坑,几何饱和状态下撞击坑大小频数关系在对数坐标系中是一条斜率为-2直线,撞击坑形成时的大小-频数关系在对数坐标系中是一条斜率为 $\alpha$ 的直线,因为 $\alpha < -2$ ,所以二者必定相交于一点 $D_A$ 。同时,前面已经指出,月表撞击坑的大小-频数关系的观测值必定小于几何饱和值,所以,直径小于 $D_A$ 的撞击坑大小-频数的观测值必定处于平衡状态,此时部分小型撞击坑由于相互掩埋、破坏等作用而消失,之后随着时间的推移,处于平衡状态的撞击坑直径逐渐增加,处于未平衡状态的撞击坑大小-频数分布则位于撞击坑产生的直线上。

因此,一个很重要的问题是:处于平衡状态撞击坑大小-频数关系是什么?Trask(1966)给出的结果如下:

$$N_E(D) = 10^{-1.1} D^{-2} \quad (16)$$

式中 $D$ 是撞击坑直径(km); $N_E$ 表示处于平衡状态单位面积上直径不小于 $D$ 的撞击坑的个数(个数/ $\text{km}^2$ )。

这个公式最大的特点是指数为-2,即等于处于几何饱和状态时撞击坑大小-频数分布关系的指数,在对数坐标系中表现为两条直线平行,这一点也被Gault(1970)的实验所证实,公式(16)还表明,

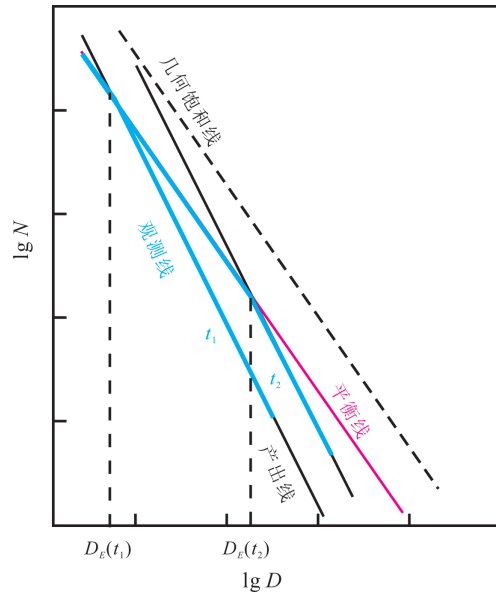
对于所有直径的撞击坑频数而言,其与处于平衡状态的撞击坑的频数比值约为常数 5%,这也与 Gault (1970) 的实验一致。之后,在建立撞击坑破坏模型的基础上,Soderblom(1970)用解析的方法,以及 Woronow(1977)通过 Monte Carlo 计算机模拟都证明,处于平衡状态时的撞击坑大小-频数关系中的指数确实是-2,但是他们给出的系数稍有不同。Gault(1970)的实验表明撞击坑平衡时的密度与饱和状态时的密度比值依赖于  $\alpha$ ,而且较小的  $\alpha$  将得到较低的比值。

假定平衡状态下的撞击坑大小-频数关系中的斜率为-2,那么任何时间观测到的撞击坑大小-频数关系曲线都由两个分支组成,如图 7 所示,达到平衡状态的小型撞击坑沿着平衡线分布,大型撞击坑则分布在撞击坑形成过程中的大小-频数关系线上,两条分支的交点就是处于平衡状态(即当前时刻  $t$ ) 的最大撞击坑直径  $D_E(t)$ ,其与时间的关系为(Neukum,1983; Melosh,1989):

$$D_E(t) \sim t^{-\frac{1}{\alpha+2}} \quad (17)$$

图 7 中在产出线和观测到的平衡线之间的差别是已经被消除了的撞击坑,因为产出线比平衡线陡峭,所以消除了更多小的撞击坑,而且本质上没有大于  $D_E(t)$  的撞击坑在  $t$  时刻被去除。很明显,在对这种区域进行定年时,应该用  $D > D_E$  的撞击坑直径,而不应该使用处于平衡状态的撞击坑直径。

对于处于平衡状态下的撞击坑大小-频数关系的分析,尤其是其中的指数,Hartmann(1984)得到了不同的结果。他分析了月球高地撞击坑密集分



据 Melosh(1989) 修改。

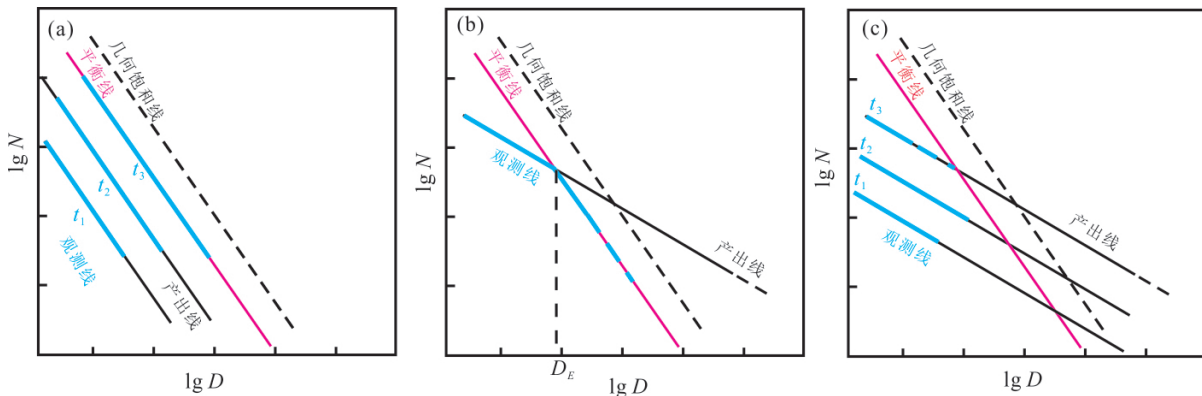
图 7  $\alpha < -2$  时的撞击坑大小-频数关系及随时间的演化关系示意图

Fig.7 The diagram showing relationship of Crater size-frequency distribution and evolution with time for  $\alpha < -2$

布区,并且比较了水星、火星等撞击坑密集分布区,发现它们的撞击坑大小-频数关系类似,因此他认为在这些行星表面撞击坑达到平衡时的大小-频数关系为:

$$N_E(D) = 10^{-1.33} D^{-1.83} \quad (18)$$

与前面的结果相比,这个公式最显著的特点是撞击坑直径  $D$  (km) 的指数不是-2。另外,值得注意的是,Hartmann(1984)还指出,指数-1.83 接近月海



据 Melosh(1989) 修改

图 8  $\alpha = -2$  时 (a) 及  $\alpha > -2$  时 (c) 的撞击坑大小-频数关系及随时间的演化关系示意图;

(b) 表示对  $\alpha > -2$  时撞击坑大小-频数关系的一种常见误解

Fig.8 Diagrams showing relationships of Crater size-frequency and evolution with time for  $\alpha = -2$  (a) and  $\alpha > -2$  (c). A usually misinterpretation on the relationship of the crater size-frequency and evolution with time for  $\alpha > -2$  is shown in (b)

区  $D > 4$  km 的撞击坑的大小-频数关系的指数  $-1.80$ , 这可能是他对月表撞击坑平衡状态的一种误解。

(2)  $\alpha \geq -2$  的情况: 当  $\alpha = -2$  时, 撞击坑大小-频数的平衡线与产生线平行, 如图 8a 所示  $t_0$  时刻表示月表某区域形成后的较早时刻, 此时所有直径的撞击坑频数都较小; 随着时间的推移, 所有直径的撞击坑密度都在增加, 而且其频数始终分布在产出线上(此时产出线可视为  $D$  和  $t$  的函数, 参见我们前面的分析), 如图中  $t_1$  时间所示, 因为在  $t_0$  和  $t_1$  时刻产出线低于平衡线, 即同等直径条件下的撞击坑频数小于平衡线上对应的频数, 所以观测到的撞击坑频数与形成的所有撞击坑的频数相同。直到  $t_3$  时刻, 所有直径的撞击坑同时达到平衡, 此后撞击坑的大小-频数分布就与平衡线一直保持重合了。对具有这种特点的区域进行定年时, 如果该区域的撞击坑还没有位于平衡线上, 即  $t < t_3$ , 那么使用任意直径均可以进行定年; 然而, 当  $t > t_3$  后, 所有直径都处于平衡状态, 大量的撞击坑已经被去除了, 此时该区域也就无法进行定年了。

当  $\alpha > -2$  时, 产出线、平衡线和几何饱和线的相对斜率如图 8b 所示。在分析  $\alpha < -2$  时的情况中可知, 起初撞击坑大小-频数的观测线与产出线重合, 然后直到碰到平衡线之后沿着平衡线分布, 处于平衡状态的最大直径为  $D_E$ 。但是, 值得注意的是, 这里与  $\alpha < -2$  情况不同的是, 处于平衡状态的撞击坑反而是直径较大的, 这与前面的分析有本质的区别。因为纵坐标是累积统计, 所以如果直径为  $D_E$  的撞击坑处于平衡状态了, 那么对于  $D < D_E$  的所有撞击坑都应该处于平衡, 因此图 8b 所示与我们的前提是有矛盾的。

在对月表撞击坑的观测中, 月海区  $D > 4$  km 的撞击坑的大小-频数关系的指数  $-1.80$  Hartmann (1984) 确实存在  $\alpha \geq -2$  的这种情况, 而且图 5 也清楚地表明 Neukum 和 Hartmann 的指数模型确实存在这种情况。对这一现象的解释困扰了许多研究者, 几乎用了 15 年时间才明白了大直径处穿过的意义, 直到 Chapman 和 McKinnon (1986) 才解决了这个问题, 他用 Monte Carlo 的方法模拟撞击坑大小-频数的动态演化, 而且包含的撞击坑直径范围比前期的工作大的多。

Chapman 和 McKinnon (1986) 首先指出, 在撞击坑产出线上的大直径端其实只有极少数的大型撞击坑, 但是虽然它们数量较少, 但在统计意义上讲需要很长的时间它们才出现, 因为对于任意的  $\alpha < 0$ ,

小撞击的可能性比大撞击的可能性要大, 而且它们形成之后沿着产出线发展, 如图 8c 所示的  $t_1$  时刻; 随着时间的推移, 撞击坑的频数越来越高, 而且撞击坑的最大直径也越来越大, 如图 8c 中的  $t_2$  时刻; 然而, 在  $t_3$  时刻出现了一个较大的撞击坑, 这个撞击坑几乎抹去了其余所有的撞击坑, 观测到的撞击坑频数因此突然下降, 甚至将该区域的频数清零, 然后再次积累小撞击坑, 而且这个新出现的撞击坑大小-频数关系还是沿着产出线分布, 在图中好像又一次回到了  $t_1$  时刻, 然而, 此时的撞击坑观测线所表示的撞击坑频数就远小于此时的实际产出线(此时应该不低于  $t_3$  时刻对应的产出线)。之后小撞击坑的数量持续增长, 直到下一次大型撞击再一次将表面抹净。

因此当  $\alpha > -2$  时撞击坑的大小-频数关系就没有出现过平衡, 观测的撞击坑密度变化剧烈而不规则, 由少数大型撞击事件所控制。但是, 观测到的撞击坑的大小-频数关系的指数与撞击坑数量的实际产出关系中的指数几乎是相等的。如果抹去大量小撞击坑的大型撞击不止一个, 那么观测到的撞击坑大小-频数曲线将表现为大直径撞击坑位于较高的(甚至原始的)产出线(或平衡线)上, 而小撞击坑则位于较低的产出线上; 在空间上, 这种类型表面的撞击坑密度分布不平衡, 在最近大型撞击点的密度较低, 而在长时间没有遭受大型撞击的表面密度较高。

那么  $\alpha > -2$  对于撞击坑群的实际形成过程有何意义呢? 或者说, 这个指数的差异为何导致出现截然不同的累积结果呢? 我们可以从公式(2)中找到答案。如果  $\alpha$  较大, 那么就意味着撞击坑频数的增加, 然而这导致的大撞击坑频数的增量远大于小撞击坑频数的增量, 因此  $\alpha$  的提高不仅使所有的撞击坑频数都增大, 而且产生了相对更多的大撞击坑, 以至于出现了足以去除所有小型撞击坑的大型撞击。由这些分析可知, 在第一次大型撞击发生之后对这样的表面进行定年几乎不可能, 除非可以发现逃过所有大型撞击的表面, 实际上, 在这种表面上根据撞击坑大小-频数关系所确定的年龄是最后一次大型撞击发生的年代。

另外值得指出的是, 即使月表区域出现过一次大型撞击重置了撞击坑大小-频数曲线, 使得观测到的撞击坑的密度远小于实际形成的撞击坑密度, 但是, 观测线的斜率还是近似等于产出线的斜率, 即撞击坑大小-频数关系的指数保持不变。

## 2.2 撞击坑分布的随机性评价

在利用撞击坑统计法对月表的地质年龄进行分析时的一个前提是撞击坑是随机分布的,这对主撞击坑来说可能是正确的(关于主撞击坑是否是随机分布也存在争议,可参考 Le Feuvre and Wieczorek, 2011; Wang and Zhou 2016 等相关文献),但是对于次级撞击坑显然是不正确的。在主撞击坑周围的大部分次级撞击坑可呈链状或簇状分布,然而,当远离主撞击坑时,次级撞击坑形成时的速度可能很高,形成的撞击坑形状与主撞击坑相差不大,此时就难以进行识别,此时需要对研究区域的撞击坑分布的随机性进行评价。在分析撞击坑的空间分布时,将每个撞击坑简化为在统计区域内等概率分布的一个点,而且各个撞击坑的位置之间是独立的,因此撞击坑的空间分布是满足泊松分布规律的,这也是对撞击坑空间分布特征分析的理论基础。Michael 等(2012)对该问题进行了比较深入的分析,这里将其所用到的方法介绍如下。

2.2.1 MCND 与 M2CND 方法 最近邻居距离方法(Mean Closest Neighbour Distance, MCND)首先量测空间中的点到最近点的距离,然后将距离进行统计得到其平均值,如果该平均值小于泊松分布的均值,那么撞击坑在空间上是非随机、聚集分布的;如果该平均值大于泊松分布的均值,那么撞击坑在空间上是非随机、规则分布的(Michael et al., 2012)。如果忽略边界效应,可以得到区域内泊松分布的理论均值以及标准偏差(Squyres et al., 1997),实际工作中一般采用 Monte Carlo 模拟得到研究区域内撞击坑之间的最近邻居距离的统计特征。具体步骤包括:①划分研究区域边界,并且识别区域内的所有撞击坑;②根据直径将撞击坑分成不同的组,统计各组内撞击坑的数量;③利用 Monte Carlo 模拟对各组分别进行分析:在边界内首先随机生成同大小和同等数量的撞击坑,接着计算这些撞击坑之间的最近邻居距离,并重复多次,得到该直径范围内撞击坑的最近邻居距离的直方图;④在各个直径区间内将最近邻居距离的观测值与模拟值进行对比,分析该直径区间内撞击坑的分布情况。另外,对于小撞击坑的统计区间,因为撞击坑数量非常多,模拟时需要注意撞击坑之间的距离至少等于撞击坑的半径,避免出现撞击坑相互叠置的情况。对于撞击坑空间分布的随机程度可以用置信百分比表示:直方图中大于观测的最近距离均值的面积称为非聚集置信百分比。

将上面的统计量最近邻居距离换成次近邻居

距离,即次近邻居距离法(Mean 2nd-Closest Neighbour Distance, M2CND),这种方法对于识别聚集情况更加有效。

2.2.2 SDAA 方法 邻近面积标准偏差方法(standard deviation of adjacent area, SDAA)是将统计区域划分成多个子区域,每个子区域内只有一个撞击坑。该方法中的统计参量是各个子区域的面积。分析过程中也是利用 Monte Carlo 模拟产生特定直径区间范围内的撞击坑个数,然后在模拟的区域中也进行类似的处理,得到各子区域的面积,并统计得到所有子区域面积的标准偏差,通过多次模拟得到标准偏差的直方图,并将观测值的标准偏差与其比较;如果观测值中子区域面积的标准偏差较大,表明该区域的撞击坑非随机、较聚集,这与 MCND 与 M2CND 方法正好相反。

## 3 结语

经过几十年的发展,撞击坑统计定年已经成为获取行星表面年龄信息最主要的方法,并得到广泛应用。Michael 等(2016)将相关的公式总结到 Craterstats2 软件中(<https://www.geo.fu-berlin.de/en/geol/fachrichtungen/planet/software/index.html>),为行星表面定年工作提供了很多便利。然而,深刻理解其中的原理才能正确应用这种方法,得到正确的结果。

## 参考文献 (References):

- Chapman C R, Haefner R R. 1967. A critique of methods for analysis of the diameter-frequency relation for craters with special application to the moon. *Journal of Geophysical Research*, 72(2): 549-557
- Chapman C R, McKinnon W B. 1986. Cratering of planetary satellites. In Burns J A, Matthews M S (eds.). *Satellites*. Tucson: University of Arizona Press, 492-580
- Cross C A. 1966. The size distribution of lunar craters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 134(3): 245-252
- Fassett C I, Kadish S J, Head J W, Solomon S C, Strom R G. 2011. The global population of large craters on Mercury and comparison with the Moon. *Geophysical Research Letters*, 38(10): L10202
- Le Feuvre M, Wieczorek M A. 2011. Nonuniform cratering of the Moon and a revised crater chronology of the inner Solar System. *Icarus*, 214(1): 1-20
- Gault D E. 1970. Saturation and equilibrium conditions for impact cratering on the lunar surface: Criteria and implications. *Radio Science*, 5(2): 273-291
- Greeley R, Gault D E. 1970. Precision size-frequency distributions of craters for 12 selected areas of the lunar surface. *The Moon*, 2(1): 10-77
- Hartmann W K. 1966. Early lunar cratering. *Icarus*, 5(1-6): 406-418

- Hartmann W K , Strom R G , Weidenschilling S , Blasius K. 1981. Chronology of planetary volcanism by comparative studies of planetary craters. *Basaltic Volcanism on the Terrestrial Planets* , New York: Pergamon Press , 1050–1127
- Hartmann W K. 1984. Does crater “saturation equilibrium” occur in the solar system? *Icarus* , 60( 1) : 56–74
- Hartmann W K. 1999. Martian Cratering VI: Crater count isochrons and evidence for recent volcanism from Mars Global Surveyor. *Meteoritics & Planetary Science* , 34( 2) : 167–177
- Herrick R , Sharpton V L , Malin M C , Lyons S N. 1997. Morphology and morphometry of impact craters. In: Bougher S W , Hunten D M , Phillips R J( eds. ) . *Venus II: Geology , Geophysics , Atmosphere , and Solar Wind Environment*. Tucson: The University of Arizona Press , 1015–1046
- Hiesinger H , van der Bogert CH , Pasckert JH , Funcke L , Giacomini L , Ostrach LR , Robinson MS. 2012. How old are young lunar craters? *Journal of Geophysical Research* , 117 , E00H10
- Melosh H J. 1989. *Impact cratering: A geologic process*. New York: Oxford University Press , 1–255
- Michael G G , Platz T , Kneissl T , Schmedemann N. 2012. Planetary surface dating from crater size–frequency distribution measurements: Spatial randomness and clustering. *Icarus* , 218( 1) : 169–177
- Michael G G , Kneissl T , Neesemann A. 2016. Planetary surface dating from crater size–frequency distribution measurements: Poisson timing analysis. *Icarus* , 277 , 279–285
- Neesemann A , van Gasselt S , Schmedemann N , Marchi S , Walter S H G , Preusker F , Michael G G , Kneissl T , Hiesinger H , Jaumann R , Roatsch T , Raymond C A , Russell C T. 2019. The various ages of Occator crater , Ceres: results of a comprehensive synthesis approach. *Icarus* , 320: 60–82
- Neukum G , Dietzel H. 1971. On the development of the crater population on the moon with time under meteoroid and solar wind bombardment. *Earth and Planetary Science Letters* , 12( 1) : 59–66
- Neukum G , König B , Arkani-Hamed J. 1975. A study of lunar impact crater size–distributions. *The Moon* , 12( 2) : 201–229
- Neukum G , Wise D U. 1976. Mars: A standard crater curve and possible new time scale. *Science* , 194 , 1381–1387
- Neukum G. 1983. *Meteoriten bombardement und Datierung planetarer Oberflächen*. Habilitation Thesis for Faculty Membership. Munich: University of Munich , 186
- Neukum G , Ivanov B A , Hartmann W K. 2001. Cratering records in the inner solar system in relation to the lunar reference system. *Space Science Reviews* , 96( 1–4) : 55–86
- Richardson J E. 2009. Cratering saturation and equilibrium: a new model looks at an old problem. *Icarus* , 204( 2) : 697–715
- Robbins S J. 2014. New crater calibrations for the lunar crater–age chronology. *Earth and Planetary Science Letters* , 403: 188–198
- Shoemaker E M , Hait M H , Swann G A , Schleicher D L , Dahlem D H , Schaber G G , Sutton R L. 1970. Lunar regolith at tranquillity base. *Science* , 167( 3918) : 452–455
- Soderblom L A. 1970. A model for small–impact erosion applied to the lunar surface. *Journal of Geophysical Research* , 75( 14) : 2655–2661
- Squyres S W , Howell C , Liu M C , Lissauer J J. 1997. Investigation of crater “saturation” using spatial statistics. *Icarus* , 125( 1) : 67–82
- Trask N J. 1966. Size and spatial distribution of craters estimated from Ranger photographs. Jet Propulsion Laboratory Technical Report , 32–700 , Pasadena , California , 252
- Wang N , Zhou J L. 2016. Analytical formulation of lunar cratering asymmetries. *Astronomy & Astrophysics* , 594: A52
- Woronow A. 1977. Crater saturation and equilibrium: a Monte Carlo simulation. *Journal of Geophysical Research* , 82( 17) : 2447–2456
- Xiao Z Y , Werner S C. 2015. Size–frequency distribution of crater populations in equilibrium on the Moon. *Journal of Geophysical Research: Planets* , 120( 12) : 2277–2292

( 本文责任编辑: 刘莹; 英文审校: 张兴春)